Практическая работа №3

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ

Цель работы: ознакомление с методами построения частотных характеристик линейных динамических звеньев в том числе при помощи системы имитационного моделирования CLASSIC.

Теоретические сведения

Важнейшими характеристиками динамические звеньев являются их частотные характеристики. Для их получения необходимо на вход динамической системы подать гармонический сигнал, при нулевых начальных условиях. Существует однозначная связь между частотной характеристикой системы в установившемся состоянии и всеми другими видами ее описания. Другое важное преимущество частотных методов состоит в том, что сами частотные характеристики могут быть достаточно легко непосредственно измерены или построены из аналитических выражений.

Одной из частотных характеристик является ее частотная передаточная функция. Если передаточная функция системы по определению:

$$W(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i s^i}{\sum_{k}^{n} a_k s^k},$$

то функцию *W(jω)*, получают из передаточной функции при подстановке $s=j\omega$:

$$W(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i (j\omega)^i}{\sum_{k}^{n} a_k (j\omega)^k}.$$

Частотная передаточная функция есть изображение Фурье его функции веса, и, следовательно, должна быть представлена в следующем виде:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{ej\varphi} = U(\omega) + jV(\omega),$$

где *A(ω)* – модуль частотной передаточной функции; *φ(ω)* –аргумент или фаза; *U(ω)* и *V(ω)* – вещественная и мнимая составляющие частотной передаточной функции.

Модуль частотной передаточной функции находится как отношение модулей числителя и знаменателя:

$$\operatorname{mod} W(j\omega) = |W(j\omega)| = \frac{Y_M}{X_M} = W(p)$$

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$$

Аргумент или фаза частотной передаточной функции находится как разность аргументов числителя и знаменателя:

$$\arg W(j\omega) = \varphi$$

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{V(\omega)}{U(\omega)}, \text{ если } |\arg W(j\omega)| \le \frac{\pi}{2}$$

Для определения мнимой и действительной частей частотной передаточной функции необходимо освободиться от мнимости путем умножения числителя на комплексную сопряженную знаменателю величину, а затем произвести разделение мнимой и действительной части.

$$W(j\omega) = \frac{w1(j\omega)}{w2(j\omega)} = \frac{w1(j\omega)}{\operatorname{Re}(w2(j\omega)) + j\operatorname{Im}(w2(j\omega))} =$$

$$\frac{w1(j\omega)(\operatorname{Re}(w2(j\omega)) - j\operatorname{Im}(w2(j\omega)))}{(\operatorname{Re}(w2(j\omega)) + j\operatorname{Im}(w2(j\omega))\ (\operatorname{Re}(w2(j\omega)) - j\operatorname{Im}(w2(j\omega)))} =$$

$$\frac{w1(j\omega)\operatorname{Re}(w2(j\omega))}{\operatorname{Re}(w2(j\omega)^2 + \operatorname{Im}(w2(j\omega)^2} - j\frac{w1(j\omega)\operatorname{Im}(w2(j\omega))}{\operatorname{Re}(w2(j\omega))^2 + \operatorname{Im}(w2(j\omega)^2},$$

где $$U(\omega) = \frac{w1(j\omega)\operatorname{Re}(w2(j\omega))}{\operatorname{Re}(w2(j\omega)^2 + \operatorname{Im}(w2(j\omega)^2}$$

$$V(\omega) = -j\frac{w1(j\omega)\operatorname{Im}(w2(j\omega))}{\operatorname{Re}(w2(j\omega))^2 + \operatorname{Im}(w2(j\omega)^2}$$

Для анализа частотных свойств динамической системы звена, в зависимости от задач, используются различные частотные характеристики.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФХ)

АФХ строится в комплексной плоскости, и представляет собой геометрическое место концов векторов (годограф), соответствующей частотной передаточной функции $W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ при изменении частоты от нуля до бесконечности (рис.7). АФХ может быть как для положительных, так и для отрицательных частот.

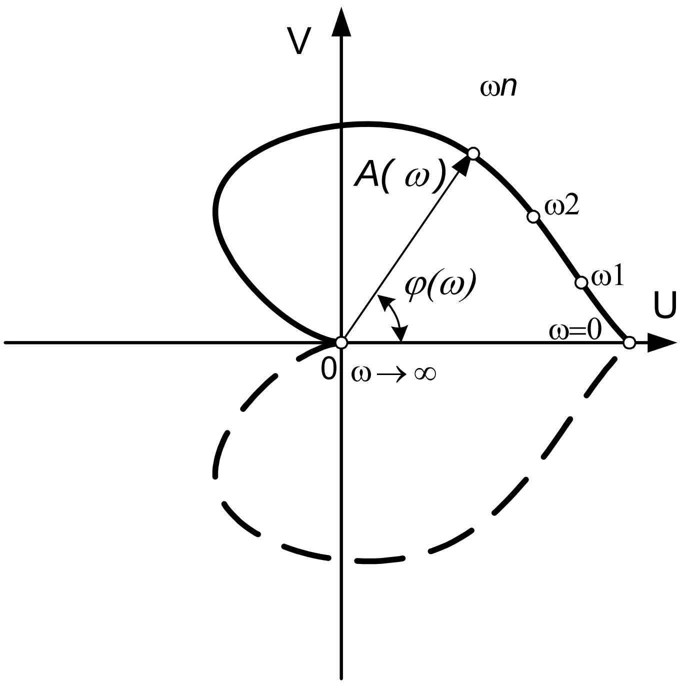


Рисунок 4 – Амплитудно-фазовая характеристика

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ)

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ) имеет очевидный физический смысл, так как она показывает как пропускает звено сигнал различной частоты.Оценка пропускания делается по отншению амплитуд входной и выходной величин. При постоянной амплитуде на входе системы АЧХ непосредственно определяет свойства, системы как частотного фильтра.

Значения частоты, при котором отношение амплитуд окончательно становится меньше определенного достаточно малого конечного значения (обычно принимается падение амплитуды выходных колебаний до 5 % от амплитуда входных), определяет так называемую полосу пропускания системы. Чем менее инерционно звено или система, тем длиннее его АЧХ, т.е. тем больше, полоса пропускания звеном частот. Таким образом, при прохождении периодических сигналов через реальные динамические системы может быть передано лишь определенное количество гармонических составляющих сигнала из их бесконечного числа. Очевидно, важно передать ту часть спектра сигнала, которая содержит гармонические составляющие с относительно большими амплитудами.

Фазовая частотная характеристика (ФЧХ) определяет запаздывание выходного сигнала по отношению к входному (рис.6).

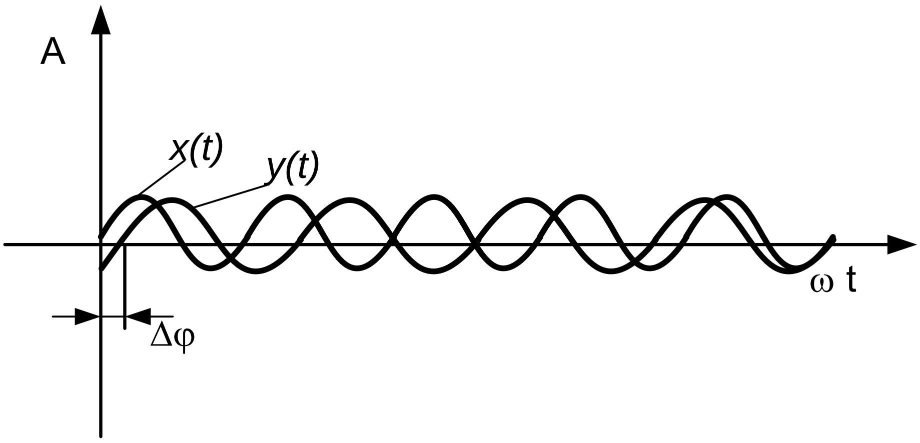


Рисунок 4 – Гармонические сигналы x(t) – на входе динамического звена, y(t) – на выходе

Кроме перечисленных частотных характеристик используют еще и логарифмические частотные характеристики.

Логарифмические частотные характеристики

Процесс построения АФХ разомкнутой системы можно существенно ускорить, если перейти к логарифмическому масштабу и ввести так называемые логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ), логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ) и логарифмические фазовые частотные характеристики (ФЧХ). Для получения ЛАЧХ прологарифмируем частотную передаточную функцию:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega)$$

Из выражения видно, что логарифм частотной передаточной функции равен комплексному выражению, вещественной частью которого является логарифм модуля, а мнимой – фаза.

Для практических целей удобнее пользоваться десятичными логарифмами. Для построения ЛАЧХ необходимо:

$$L(\omega) = 20\lg\left|W(j\omega)\right| = 20\lg A(\omega)$$

эта величина выражается в децибелах.

ФЧХ частотной передаточной функции находится как разность аргументов числителя и знаменателя:

$$\arg W(j\omega) = \varphi$$

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{V(\omega)}{U(\omega)}, \text{ если } \left|\arg W(j\omega)\right| \le \frac{\pi}{2}$$

ФЧХ имеет полулогарифмический масштаб, по оси абсцисс откладывается логарифм частоты, по оси ординат фазовый сдвиг.

Использование логарифмического масштаба дает следующие преимущества:

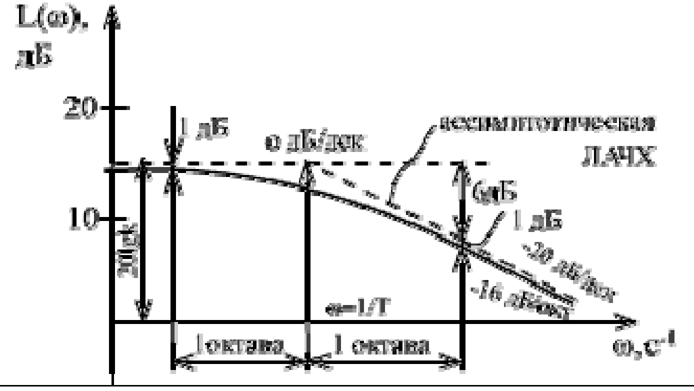
- в логарифмическом масштабе ЛАЧХ изменяются плавно, и поэтому возникает возможность в подавляющем большинстве практических случаев упрощенно изображать ЛАЧХ ломаными прямыми линиями - асимптотами. Правила построения точных асимптотических ЛАЧХ динамических систем хорошо известны и приведены в литературе [1,2]**;**

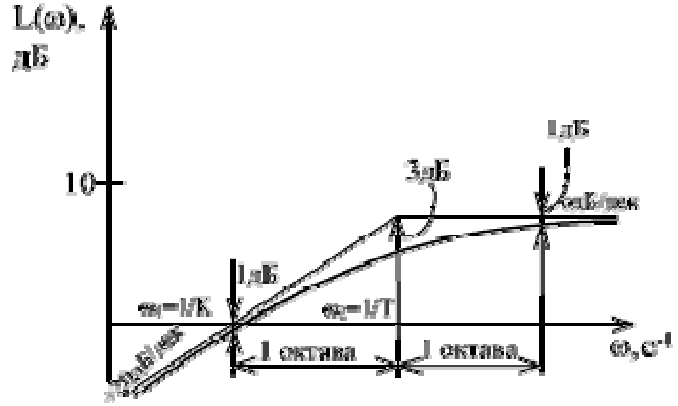
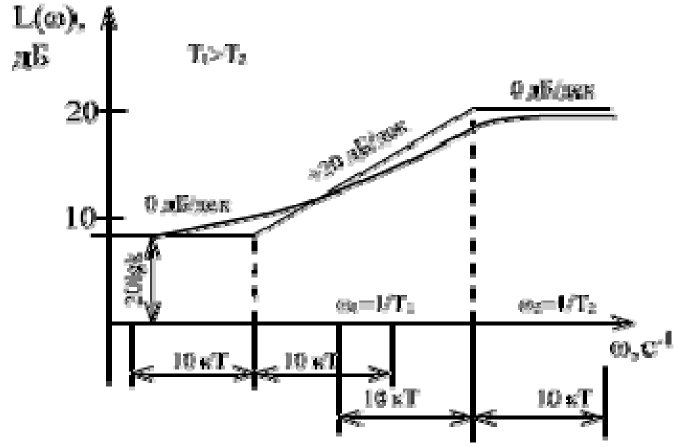
- при построении ЛЧХ частоты по оси абсцисс значения частоты также откладываются в логарифмическом масштабе, что позволяет охватить широкий диапазон частот и одинаково наглядно показать изменение частотных свойств системы как на малых, тек и на средних и высоких частотах;

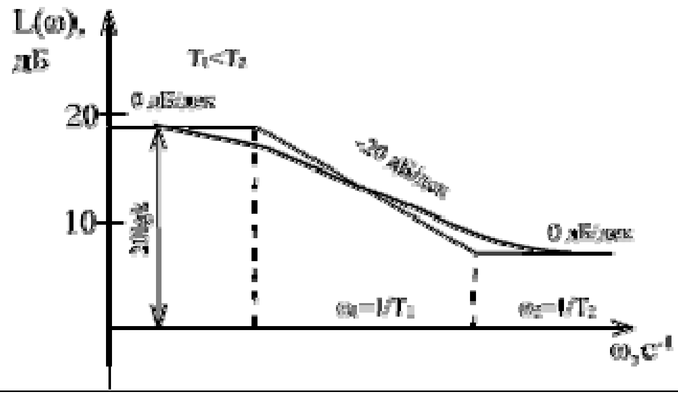
- вычисления ЛАЧХ сокращаются до минимума, так как появляется возможность построения логарифмических амплитудно-частотных характеристик (ЛАЧХ) цепочки последовательно соединенных звеньев простым суммированием ординат ЛАЧХ соответствующих сомножителей.

В таблице представлены ЛАЧХ для некоторых типовых звеньев.

Таблица

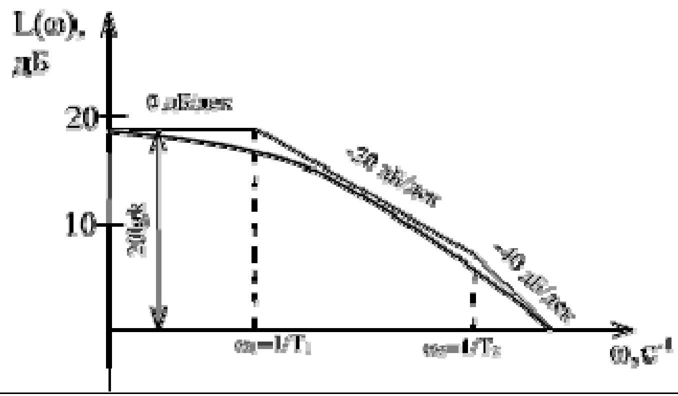
№ п/п	ЛАЧХ звена	Звено
1		$W(s) = \frac{k}{Ts+1}$

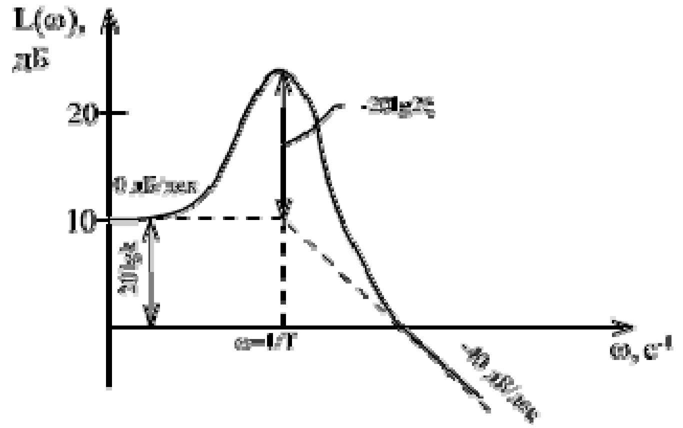
<table>
<tr><th>№ п/п</th><th>ЛАЧХ звена</th><th>Звено</th></tr>
<tr><td>2</td><td>
</td><td>$W(s)=ks/(Ts+1)$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>


</td><td>$$W(s)=\frac{k(T_1s+1)}{T_2s+1}$$

$T_1<T_2$

$$W(s)=\frac{k(T_1s+1)}{T_2s+1}$$

$T_1>T_2$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>
</td><td>$$W(s)=\frac{k}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$$</td></tr>
</table>

№ п/п	ЛАЧХ звена	Звено
5		$W(s)=\dfrac{1}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$

2 Задание на лабораторную работу

1. По структурной схеме построить схему моделирования в системе CLASSIC.

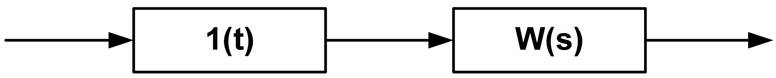


Рисунок 3 – Структурная схема

2. Построить ЛАЧХ и ФЧХ для следующих типовых динамических звеньев: пропорционального, интегрального, интегрального с замедлением, апериодического первого порядка, апериодического второго порядка, колебательного,.(данные коэффициентов *К* и постоянных времени *Т,* для типовых динамических звеньев, брать, в соответствии с вариантом, из таблицы, ξ=0.01).

Таблица

Вариант	*К*	T_1	T_2
1	45	0,01	5
2	60	0,05	1
3	30	0,002	0,6
4	100	0,25	3
5	60	0,4	1
6	70	0,012	0,7

3. Зарисовать полученные в ходе эксперимента ЛАЧХ и ФЧХ с нанесенными масштабами, обозначениями и соответствующими исходными данными.

4. Построить асимптотическим способом ЛАЧХ для вышеуказанных динамических звеньев.

5. По полученные таким образом ЛАЧХ необходимо проанализировать и сделать необходимые выводы о влиянии на вид ЛАЧХ постоянных времени T и коэффициентов усиления K

3 Содержание отчета

1. Название работы, цель.
2. Структурную схему моделирования.
3. Преобразованную схему моделирования.
4. Рисунки полученных графиков ЛАЧХ и ФЧХ, графики ЛАЧХ, построенных асимптотическим способом.
5. Необходимые выводы.

4 Контрольные вопросы

1. Назовите частотные характеристики динамических систем.
2. Для чего при построении ЛАЧХ и ФЧХ используется логарифмический масштаб.
3. Что такое корневой годограф?
4. Что такое частота среза и частота сопряжения ?
5. Напишите аналитические выражения для частотных характеристик?
6. Постройте асимптотическим способом ЛАЧХ для типовых динамических звеньев?
7. Каковы правила построения ЛАЧХ динамической системы, для последовательно включенных звеньев?
8. Как связаны между собой ЛАЧХ и ФЧХ минимально-фазовых систем?
9. Каково влияние параметров передаточной функции на вид частотной характеристики?