

## 9 АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ

### 9.1 Качество процессов регулирования

Устойчивость является необходимым, но недостаточным свойством автоматической системы регулирования, поскольку в устойчивой системе могут возникать очень медленно затухающие, длительные переходные процессы. Возникает необходимость количественно оценить качество процессов регулирования при устойчивой работе системы. Одной из основных характеристик качества процессов регулирования является точность, под которой понимается величина ошибки регулирования в различных установившихся режимах. В системах стабилизации таким режимом является установившееся состояние (положение равновесия) и точность системы характеризуется величиной статической ошибки  $y_{\text{т}}$ . Величину установившегося значения выходной величины можно найти, используя теорему о предельном переходе, по которой установившееся значение регулируемой величины  $y(\infty)$  равно

$$y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} pY(p). \quad (9.1)$$

На основании определения передаточной функции

$$Y(p) = X(p)W_3(p), \quad (9.2)$$

где  $Y(p)$  – изображение регулируемой величины;  $X(p)$  – изображение входной величины системы, в качестве которой можно рассматривать  $y_b(t)$  – возмущение со стороны регулирующего органа,  $z(t)$  – внешние возмущения или  $x_0(t)$  – возмущение по заданию;  $W_3(p)$  – передаточная функция замкнутой системы при соответствующем возмущении.

Подставив выражение (9.2) в выражение (9.1), получим

$$y(\infty) = \lim_{p \rightarrow \infty} pX(p)W_3(p). \quad (9.3)$$

Если  $x(t) = 1(t)$  – единичное ступенчатое воздействие, то  $X(p) = 1/p$ . В этом случае

$$y(\infty) = \lim_{p \rightarrow \infty} W_3(p). \quad (9.4)$$

С точки зрения динамических свойств звенья и системы в теории автоматического регулирования принято классифицировать по характеру переходного процесса, возникающего при подаче на их вход единичного ступенчатого воздействия. По этому признаку системы делятся на статические и астатические.

Переходные процессы в статических системах автоматического регулирования показаны на рисунке 9.1. Если за начало отсчета принимать первоначальное положение равновесия, то при возмущении по заданию (кривая 1 на рисунке 9.1) статическая ошибка  $x_{ст} = x_0 - x(\infty)$ , при других возмущениях  $x_{ст} = x(\infty)$ .

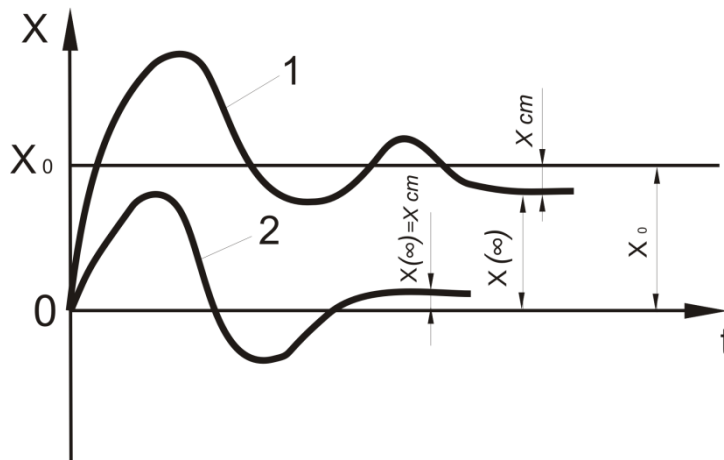


Рисунок 9.1 – Переходные процессы в статических системах

Рассматриваемая величина статической ошибки характеризует точность, определяемую законом регулирования, и не учитывает точность работы измерительных и других приборов и устройств системы. Применение П- и ПД-законов регулирования не позволяет избежать статической ошибки (единственное исключение – астатический объект при возмущении только по заданию). В реальных системах величина статической ошибки не должна выходить за допустимые пределы, определяемые технологическими требованиями. Если допу-

стимое значение статической ошибки мало или равно нулю, необходимо применять регуляторы с интегральной составляющей в законе регулирования (И, ПИ, ПИД), обеспечивающие регулирование без статической ошибки.

Величина ошибок в установившемся режиме зависит от характера входных воздействий, порядка астатизма системы, ее коэффициента усиления и наибольшей постоянной времени. Таким образом, качество установившегося режима работы определяется параметрами низкочастотной части ЛАЧХ. Для того чтобы максимальные ошибки, возникающие в синтезируемой системе, не превышали заданных допустимых значений, необходимо правильно выбирать параметры низкочастотной части желаемой ЛАЧХ. В общем случае структурная схема любой САР, на которую действует входное воздействие  $u(t)$  и возмущение  $f(t)$ , может быть представлена в виде схемы, показанной на рисунке 9.2.

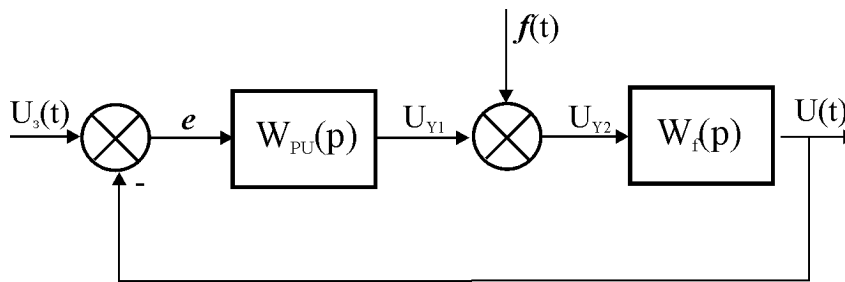


Рисунок 9.2 – Структурная схема системы автоматического регулирования

В этом случае изображение сигнала ошибки будет иметь следующий вид:

$$E(p) = \frac{1}{1 + W_{PU}(p)} U(p) + \frac{W_F(p)}{1 + W_{PU}(p)} F(p), \quad (9.5)$$

где  $W_{PU}(p) = W_1(p)W_F(p)$  - передаточная функция разомкнутой системы по задающему воздействию  $u(t)$ ;  $W_F(p)$  – передаточная функция разомкнутой системы по возмущающему воздействию  $f(t)$ .

В статическом режиме все воздействия постоянны во времени. Полагая  $u(t) = u_{уст} = const$  и  $f(t) = f_{уст} = const$ , получаем выражение установившейся ошибки

$$e_{y_{уст}} = \frac{1}{1 + W_{PU}(0)} u_{y_{уст}} + \frac{W_F(0)}{1 + W_{PU}(0)} f_{y_{уст}}. \quad (9.6)$$

Если передаточная функция  $W_{PU}(p)$  содержит  $v$  интеграторов, а  $W_F(p)$  имеет  $k$  интеграторов, то система обладает астатизмом  $v$ -го порядка по задающему воздействию и  $(v-k)$ -го порядка по возмущающему воздействию.

При  $v=k$  статическая ошибка равна нулю, то есть система является астатической по возмущающему и задающему воздействиям. Когда хотя бы одно из воздействий меняется с постоянной скоростью или постоянным ускорением, то возникает динамический установившийся режим.

Например, при  $u(t) = \Omega_{y_{уст}} t$  и  $f(t) = f_{y_{уст}} = const$  установившаяся динамическая ошибка

$$e_{y_{уст}} = \frac{1}{[1 + W_{PU}(p)]p \Big|_{p=0}} \Omega_{y_{уст}} + \frac{W_F(0)}{[1 + W_{PU}(0)]} f_{y_{уст}}. \quad (9.7)$$

Если  $u(t) = a_{y_{уст}} \frac{t^2}{2}$  и  $f(t) = f_{y_{уст}} = const$ , то

$$e_{y_{уст}} = \frac{1}{[1 + W_{PU}(p)]p^2 \Big|_{p=0}} a_{y_{уст}} + \frac{W_F(0)}{[1 + W_{PU}(0)]} f_{y_{уст}}. \quad (9.8)$$

При гармоническом входном воздействии (например, качке) возникает вынужденный установившийся гармонический режим работы. В этом режиме при  $u(t) = U_{MAX} \sin \omega_k t$  и  $f(t) = f_{y_{уст}} = const$  ошибка будет иметь вид:

$$e_{y_{уст}} = \frac{U_{MAX} \sin \omega_k t}{|1 + W_{PU}(j\omega_k)|} + \frac{W_F(0)}{[1 + W_{PU}(0)]} f_{y_{уст}} = e_{\max} \sin(\omega_k t + \varphi) + \frac{W_F(0)}{[1 + W_{PU}(0)]} f_{y_{уст}};$$

$$e_{\max} = \frac{1}{|1 + W_{PU}(j\omega_k)|} U_{MAX}; \quad \varphi = \arg \frac{1}{[1 + W_{PU}(j\omega_k)]}, \quad (9.9)$$

где  $e_{\max}$  – амплитудное значение ошибки;  $\varphi$  – фаза сигнала ошибки.

Большинство разработанных и применяемых показателей качества относятся к работе систем в переходных режимах и определяют те или иные параметры переходного процесса. Все показатели качества можно разделить на две группы:

1. Показатели качества, определяемые непосредственно по кривой переходного процесса (рисунок 9.3):

$X_1$  – динамическое отклонение (в единицах регулируемой величины), т. е. наибольшее отклонение регулируемой величины от заданного значения в переходном режиме;

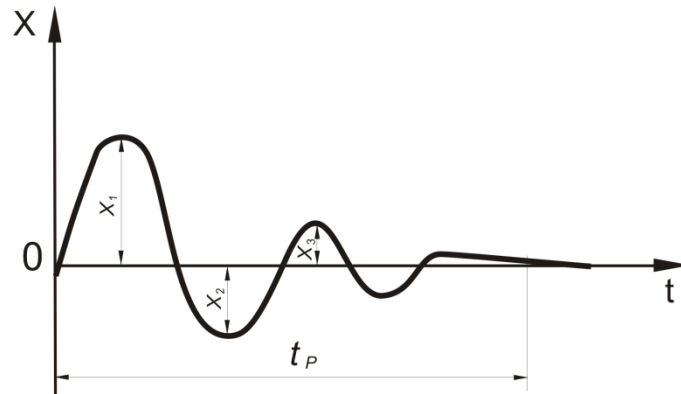


Рисунок 9.3 – К определению показателей качества переходного процесса

$t_p$  – время регулирования, т. е. продолжительность переходного процесса (определяется до момента, когда отклонение войдет в наперед заданные небольшие пределы). Временем регулирования характеризует быстродействие системы;

$\psi = (x_1 - x_2) / x_1$  – степень затухания, безразмерные единицы;

$\sigma = 100x_1 / x(\infty)$  – перерегулирование, %;

интегральный критерий качества

$$I = \int_0^{\infty} |x(t)| dt \quad (9.10)$$

или интегральный квадратичный критерий качества

$$I^2 = \int_0^{\infty} x^2(t) dt, \quad (9.11)$$

дающий суммарную оценку качества переходного процесса (с учетом длительности процесса и динамического отклонения регулируемой величины от заданного значения).

2. Показатели качества, определяемые по косвенным параметрам:  $\pi$  –

степень устойчивости;  $\tau$  – степень колебательности;  $C$  и  $\gamma$  – запас устойчивости по модулю и по фазе;  $M$  – показатель колебательности (частотный критерий качества).

Под степенью устойчивости понимается абсолютное значение действительной части ближайшего к мнимой оси корня характеристического уравнения замкнутой системы. Корни этого уравнения, расположенные ближе всего к мнимой оси, дают в переходном процессе составляющую, которая затухает наиболее медленно. Переходный процесс можно считать законченным тогда, когда затухнет составляющая, определяемая ближайшим к мнимой оси корнем.

Степень колебательности системы определяется по корням характеристического уравнения замкнутой системы:

$$m = \alpha / \omega, \quad (9.12)$$

где  $\alpha$  и  $\omega$  – действительная и мнимая части корней характеристического уравнения  $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$ .

На комплексной плоскости корней характеристического уравнения  $\tau = \operatorname{tg}\beta$ . Если уравнение имеет несколько пар комплексных корней, то рассматривают корни, обеспечивающие меньшее значение угла  $\beta$ , поскольку именно эти корни характеризуют наиболее плохо затухающую гармоническую составляющую переходного процесса.

Запас устойчивости системы характеризует, насколько далеко система расположена от колебательной границы устойчивости. Запас устойчивости по модулю  $C$  – расстояние от точки  $(-1; j0)$  до точки пересечения АФХ разомкнутой системы с отрицательной действительной полуосью. Запас устойчивости по модулю показывает в каких пределах можно увеличить модуль АФХ разомкнутой системы (увеличить коэффициент передачи регулятора), чтобы замкнутая система оставалась устойчивой. Запас устойчивости системы по фазе  $\gamma$  – угол между отрицательной действительной полуосью и лучом, проведенным из начала координат в точку пересечения АФХ с окружностью единичного радиуса. Угол  $\gamma$  показывает, в каких пределах можно увеличивать запаздывание по фазе разомкнутой системы (например, запаздывание в объекте регулирования),

чтобы замкнутая система оставалась устойчивой.

Показатель колебательности  $M$  определяется по амплитудной частотной характеристике замкнутой системы автоматического регулирования (рисунок 9.4, а):

$$M = A_{\max} / A_0 \quad (9.13)$$

Чем дальше система от границы устойчивости и чем лучше затухает переходный процесс, тем меньше  $A_{\max}$  и  $M$ .

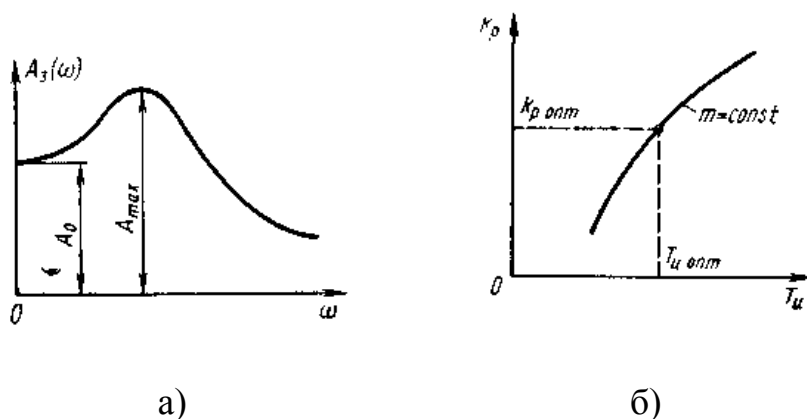


Рисунок 9.4 – Амплитудная частотная характеристика замкнутой системы регулирования (а); область параметров настроек ПИ-регулятора (б)

## 9.2 Синтез линейных систем управления

### 9.2.1 Построение желаемой ЛАЧХ системы

На этом этапе следует выбрать метод синтеза корректирующего устройства, способ его включения, определить его структуру, параметры и рассчитать его электрический аналог. Среди возможных методов синтеза наиболее широкое применение по сравнению корневыми и интегральными нашли частотные методы.

Различают методы прямых и обратных расширенных частотных характеристик, а также методы логарифмических частотных характеристик. Первые два нашли широкое распространение в инженерной практике при синтезе настроек регуляторов заданной структуры.

При синтезе по методу ЛЧХ ответственным этапом является выбор способа включения корректирующего устройства, структура и параметры которого определяются в процессе синтеза.

При выборе корректирующего устройства необходимо обратить внимание на соотношение между ЛЧХ исходной и ЛЧХ желаемой систем. Поэтому первым шагом при решении задачи коррекции является построение ЛАЧХ желаемой системы.

Во всех методах используются последовательно три этапа расчета:

- 1) формирование низкочастотной части желаемой ЛАЧХ исходя из требований точности;
- 2) построение среднечастотной части желаемой ЛАЧХ по заданному быстродействию и устойчивости;
- 3) формирование высокочастотной части желаемой ЛАЧХ (ведется из условий минимума сложности корректирующих устройств).

Системы автоматического управления должны удовлетворять следующим трем основным требованиям: по точности в установившихся режимах работы, по устойчивости и по качеству переходных процессов.

Типовые выражения для желаемых ЛАЧХ систем автоматического регулирования приведены в таблице 1.

Формулы определения ошибок в типовых режимах работы для статических и астатических позиционных следящих систем приведены в таблице 2.

За возмущающее воздействие здесь принимается изменение момента нагрузки  $M_C(t)$  на исполнительной оси двигателя, то есть принято  $f(t) = M_C 1(t) = const$ .

В таблице 2 использованы следующие обозначения:  $K_x$ ,  $K_v$ ,  $K_a$  – коэффициенты усиления разомкнутой статической и астатических систем первого и второго порядков соответственно;  $\beta$  – жесткость механической характеристики двигателя [Г·см·с/рад];  $I$  – передаточное число редуктора (отношение скорости двигателя к скорости вращения исполнительной оси);  $T_1$  – первая (наибольшая) постоянная времени желаемой ЛАЧХ;  $\omega_k$  – частота изменения входного сигнала.



ла (частота “качки”);  $\Omega_{\max} = U_{\max} \omega_k$  – максимальная скорость качки;  
 $a_{\max} = U_{\max} \omega_k^2$  – максимальное ускорение качки. Наклон механической характеристики двигателя с учетом редуктора

$$\frac{\Delta\Omega}{\Delta M} = \frac{1}{\beta i^2}. \quad (9.14)$$

Таблица 1 – Типовые желаемые ЛАЧХ систем автоматического регулирования

Тип ЛАЧХ	Наклон асимптот участков ЛАЧХ дБ/дек				Передаточные функции при $T_1 > \tau_2 > T_3$
	Низко-частотный	Сопрягающий	Средне-частотный	Высоко-частотный	
I	-20	-40	-20	-40	$W(p) = \frac{k(\tau_2 p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)}$
II	-20	-40	-20	-60	$W(p) = \frac{k(\tau_2 p + 1)}{p(T_1 p + 1)^2(T_3 p + 1)}$
III	-20	-60	-20	-40	$W(p) = \frac{k(\tau_2 p + 1)^2}{p(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)^2}$
IV	-20	-60	-20	-60	$W(p) = \frac{k(\tau_2 p + 1)^2}{p(T_1 p + 1)^2(T_3 p + 1)^2}$

Формулы для построения низкочастотной части желаемой ЛАЧХ зависят от выбранной методики синтеза и будут приведены позднее.

Для обеспечения устойчивости САР необходимо правильно сформировать среднечастотную часть желаемой ЛАЧХ, а именно: выбрать необходимую протяженность среднечастотной части с наклоном -20 дБ/дек.

Устойчивость системы является необходимым, но не достаточным условием работоспособности системы. Важно также обеспечить еще и требуемое качество переходных процессов. Качество переходного процесса численно характеризуется следующими показателями:

Таблица 2 – Ошибки в типовых режимах работы САР

Вид входного сигнала	Тип системы		
	Статическая	Астатическая 1-го порядка	Астатическая 2го порядка
$u(t) = u_{уст} = const$	$\frac{u_{уст}}{1 + K_x} + \frac{M_C}{(1 + K_x)\beta i^2}$	$\frac{M_C}{K_V \beta i^2}$	0
$u(t) = \Omega_{уст} t$	$\infty$	$\frac{\Omega_{уст}}{K_V} + \frac{M_C}{K_V \beta i^2}$	0
$u(t) = a_{уст} \frac{t^2}{2}$	$\infty$	$\infty$	$\frac{a_{уст}}{K_a}$
$u(t) = U_{MAX} \sin \omega_k t$	$\frac{\sqrt{(1 + T_1^2 \omega_k^2)} U_{max}}{K_x} + \frac{M_C}{K_x \beta i^2}$	$\frac{\sqrt{2} \Omega_{max}}{K_V} + \frac{M_C}{K_V \beta i^2}$	$\frac{\sqrt{2} a_{max}}{K_a}$

а) временем переходного процесса ( $t_{пн}$ ), которое определяется как интервал времени от начала переходного процесса до момента вхождения процесса в пятипроцентную зону;

б) максимальным перерегулированием

$$\sigma\% = \frac{y_{max} - y_{уст}}{y_{уст}} 100\% ;$$

в) числом колебаний,  $n$  за время переходного процесса;

г) частотой колебаний  $\omega = 1/T_k$ .

При синтезе систем частотными методами о качестве переходного процесса судят по вещественной характеристики замкнутой системы  $P(\omega)$ . При этом оказывается, что время переходного процесса, перерегулирование и другие показатели качества тесно связаны с параметрами среднечастотной части желаемой ЛАЧХ.

Таким образом, чтобы обеспечить требуемые показатели качества переходного процесса, необходимо правильно выбрать параметры среднечастотной части желаемой ЛАЧХ. Они определяют и устойчивость системы. Высокока-

стотная часть желаемой ЛАЧХ существенного влияния на показатели качества не оказывает, поэтому ее параметры выбираются исходя из простоты коррекции и требуемой мощности исполнительного устройства.

Наиболее часто используются типы желаемых ЛАЧХ для статических и астатических систем, приведенные в таблице 3.

Таблица 3 – Типы желаемых ЛАЧХ для статических и астатических систем

Порядок астатизма	Передаточная функция разомкнутой системы	Вид ЛАЧХ	Базовая частота $\omega_0$	Частота среза $\omega_c$	Тип ЛАЧХ
0	$\frac{K_x(T_2 p + 1)}{(T_1 p + 1)^2 \prod_{i=3}^n (T_i p + 1)}$		$\sqrt{K_x}$ $T_1$	$\frac{K_x T_2}{T_1^2}$	0- 40- 20- 40- 60
1	$\frac{K_V(T_2 p + 1)}{p(T_1 p + 1) \prod_{i=3}^n (T_i p + 1)}$		$\sqrt{K_V}$ $T_1$	$\frac{K_V T_2}{T_1^2}$	20- 40- 20- 40- 60
2	$\frac{K_a(T_2 p + 1)}{p^2 \prod_{i=3}^n (T_i p + 1)}$		$\sqrt{K_a}$	$K_a T_2$	40- 20- 40- 60

Для всех желаемых ЛАЧХ характерно, что они пересекают ось нуля децибел под единичным наклоном  $-20\text{дБ/дек}$ . Это необходимо для обеспечения устойчивости системы.

Методика формирования желаемой ЛАЧХ определяется характером задающих воздействий и требуемыми показателями качества. Различают следующие варианты требований к динамике и точности систем:

1. Заданы параметры гармонического воздействия, максимальная допустимая ошибка  $e_{\max}$  и показатель колебательности  $M$ .

2. Заданы воздействие в виде скачка, допустимая ошибка (или коэффициенты ошибок  $C_0, C_1, C_2$ ), время переходного процесса  $t_{\text{пп}}$  и максимальное перерегулирование.

3. Заданы скорость и ускорение медленно меняющегося сигнала, соответствующие составляющие ошибки и запас устойчивости по фазе.

Так как между показателями качества существует определенная связь (см. таблицу 4), то можно переходить от одного варианта задания к другому и использовать при формировании желаемой ЛАЧХ различные методы.

Таблица 4 – Связь между показателем качества процесса регулирования

$M$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
$\sigma\%$	18,8	20,3	25,5	33,2	37,2	40,7	44,6
$\omega C t_{\text{пп}}$	7,75	6,3	5,85	5,5	5,45	6	7,25
$\Delta\varphi(\omega C)$	$55^\circ$	$50^\circ$	$46^\circ$	$42^\circ$	$39^\circ$	$36^\circ$	$32^\circ$

Отметим, что методика Бесекерского В. А. гарантирует хорошую работу системы при любых входных воздействиях, если их максимальные скорость и ускорение не превосходят соответствующих максимальных значений соответствующих параметров, заданных в расчете. Поэтому эту методику можно рассматривать как основную. Ее использование обеспечивает, как правило, наиболее простую реализацию корректирующих устройств.

### 9.3 Контрольные вопросы

1. Что является одной из основных характеристик качества процессов регулирования?
2. Что относится к показателям качества, определяемым непосредственно по кривой переходного процесса?
3. Что относится к показателям качества, определяемым по косвенным параметрам?
4. Перечислите основные методы синтеза корректирующего устройства системы управления.
5. Укажите три этапа расчета ЛАЧХ желаемой системы.
6. Какими показателями характеризуется качество переходного процесса?