

7 ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ

7.1 Функциональный анализ систем управления

Как правило, изучение системы начинается с ее представления в виде функциональной схемы. Существует много вариантов описания систем на функциональном уровне, отличающихся разной степенью детализации функции управления. Ограничимся рассмотрением функциональных схем, в которых каждому функциональному элементу схемы соответствует определенный агрегат, устройство или элемент технической реализации конкретных систем управления.

Такая функциональная схема, на пример термического агрегата, может быть представлена в следующем виде (рисунок 7.1):

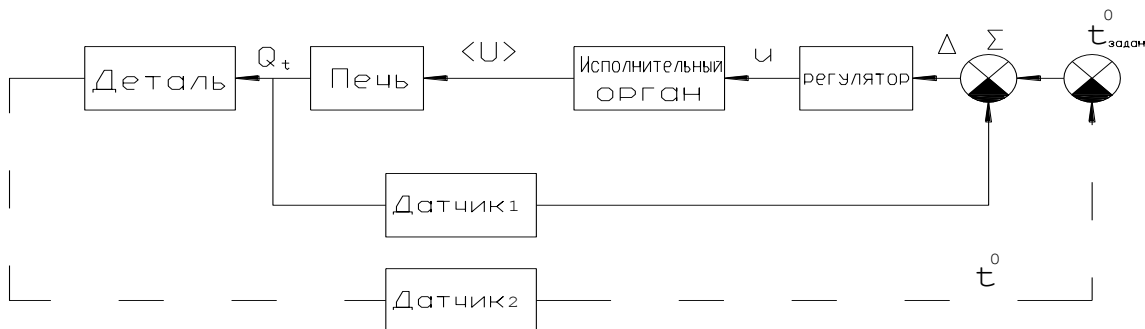


Рисунок 7.1 – Функциональная схема термического агрегата

$$\langle U \rangle = i, Q_{\text{газа}}, Q_{\text{воздуха}}; \Delta = t_{\text{зад}} - t. \quad (7.1)$$

Иногда вместо печи для нагрева используется индуктор.

В данной функциональной схеме исполнительный орган обеспечивает преобразование электрического сигнала управления в управляющее воздействие заданной физической природы (электрический ток, расход газа), харак-

терное для конкретной печи. Печь в свою очередь преобразует его в соответствующий тепловой поток.

Регулятор обеспечивает формирование электрического сигнала управления в соответствии с ошибкой управления, например по температуре.

При решении задач анализа и синтеза линейных САУ целесообразно представлять их в виде совокупности соединенных между собой нескольких несложных элементов с определенными динамическими свойствами. Поскольку описание отдельных элементов функциональной схемы известно и может быть представлено в виде передаточных функций с различной степенью точности, то эта схема может быть преобразована в структурную схему (рисунок 7.2):

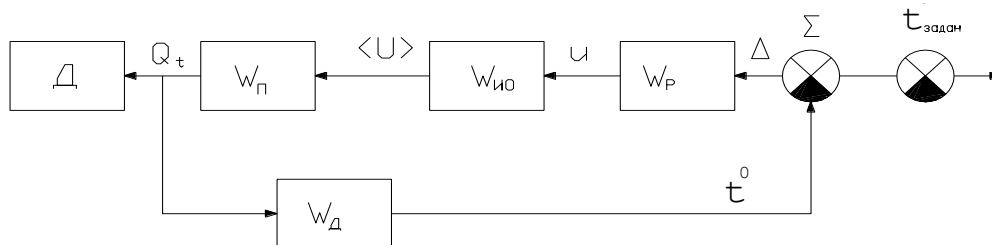


Рисунок 7.2 – Структурная схема термического агрегата

7.2 Правила преобразования структурных схем

Различают три типа соединения звеньев: последовательное, параллельное и с обратной связью (рисунок 7.3). Рассмотрим передаточные функции систем при различном соединении звеньев.

Последовательным называют такое соединение звеньев, при котором выходная величина предыдущего звена является входной величиной последующего звена (рисунок 8.3, а). Передаточная функция системы последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \dots \cdot W_{n-1}(p) \cdot W_n(p). \quad (7.2)$$

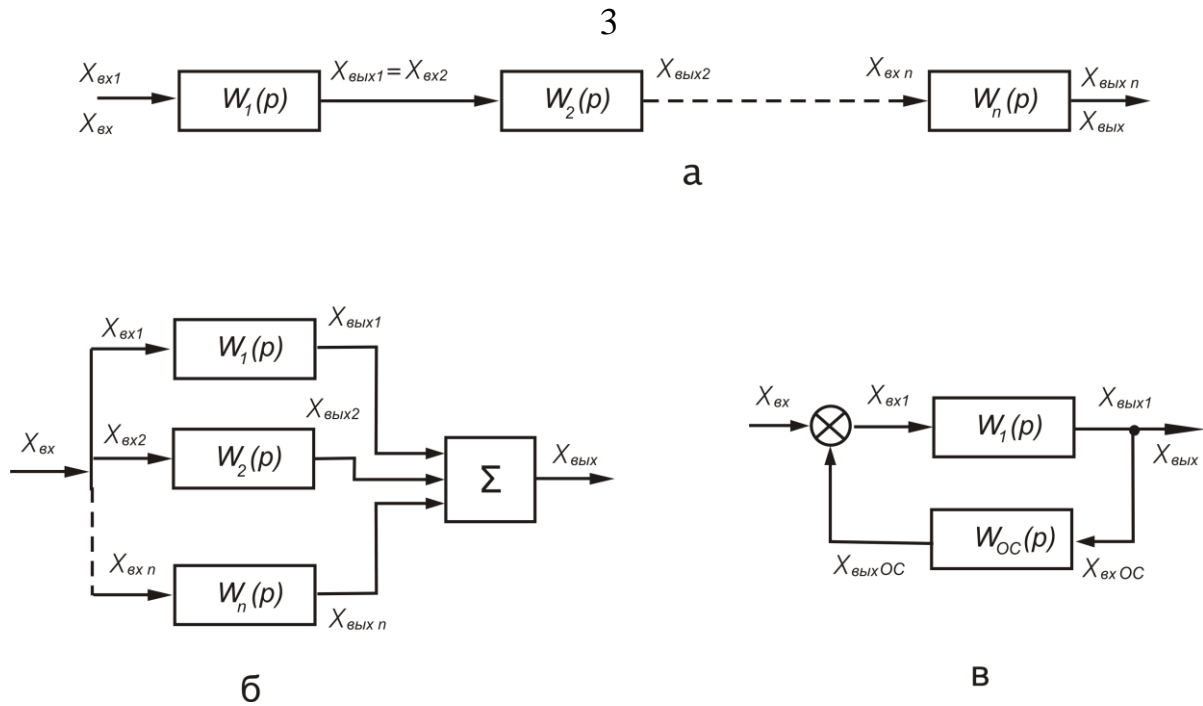


Рисунок 7.3 – Структурные схемы соединения звеньев:

а – последовательное; б – параллельное; в – с обратной связью

АФХ системы также равна произведению АФХ отдельных звеньев:

$$W(j\omega) = W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega) \cdot \dots \cdot W_{n-1}(j\omega) \cdot W_n(j\omega). \quad (7.3)$$

Если АФХ записаны в показательной форме, то для получения модуля АФХ системы перемножаются модули отдельных звеньев, а для получения фазы (аргумента) АФХ системы складываются фазы отдельных звеньев:

$$W(j\omega) = A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) \cdot \dots \cdot A_{n-1}(\omega) \cdot A_n(\omega) e^{j(\varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega))}. \quad (7.4)$$

При параллельном соединении звеньев (рисунок 8.3, б) на вход всех звеньев поступает одна и та же входная величина $x_{ex} = x_{ex1} = x_{ex2} = \dots = x_{exn}$, а выходная величина равна сумме выходных величин отдельных звеньев:

$$x_{вых} = x_{вых1} + x_{вых2} + \dots + x_{выхn}.$$

Передаточная функция системы параллельно соединенных звеньев равна сумме передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_{n-1}(p) + W_n(p). \quad (7.5)$$

АФХ такой системы также равна сумме частотных передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(j\omega) = W_1(j\omega) + W_2(j\omega) + \dots + W_{n-1}(j\omega) + W_n(j\omega). \quad (7.6)$$

При соединении двух звеньев, когда звено с передаточной функцией $W_{\Pi}(p)$ охвачено обратной связью в виде звена с передаточной функцией $W_{oc}(p)$ (рисунок 8.3, в), соблюдаются соотношения:

$$x_{вых1} = x_{вх.ос} = x_{вых}; \Delta = x_{вх} \pm x_{вых.ос}. \quad (7.7)$$

Знак «плюс» соответствует положительной обратной связи, а знак «минус» – отрицательной обратной связи. Положительной обратной связью называют такую связь, введение которой вызывает увеличение выходной величины, а отрицательной – такую, введение которой приводит к уменьшению выходной величины по сравнению со значением без обратной связи. Переходя в выражениях (8.7) от оригиналов функций к их изображениям и разделив на изображение выходной величины $X_{вых}(p)$, получим

$$\frac{\Delta(p)}{X_{вых}(p)} = \frac{X_{вх}(p)}{X_{вых}(p)} \pm \frac{X_{вых.ос}(p)}{X_{вых}(p)}. \quad (7.8)$$

Левая часть полученного уравнения представляет собой обратную передаточную функцию первого звена. Первое слагаемое правой части – обратная передаточная функция всей системы, а второе слагаемое – передаточная функция звена обратной связи, т. е.

$$\frac{1}{W_{\Pi}(p)} = \frac{1}{W(p)} \pm W_{oc}(p). \quad (7.9)$$

После преобразования получим

$$W(p) = \frac{W_{\Pi}(p)}{1 \mp W_{\Pi}(p)W_{oc}(p)}. \quad (7.10)$$

Передаточная функция системы с обратной связью равна дроби, числитель которой – передаточная функция основного звена в прямой цепи, а знаменатель – единица плюс (минус) произведение передаточной функции основного звена и передаточной функции звена обратной связи («плюс» соответствует отрицательной, «минус» – положительной обратной связи). АФХ такой системы при соответствующем виде обратной связи имеет вид: -

$$W(j\omega) = \frac{W_{\Pi}(j\omega)}{1 \mp W_{\Pi}(j\omega)W_{oc}(j\omega)}. \quad (7.11)$$

Для целей дальнейшего анализа необходимо ввести понятие разомкнутой системы. Это система, в которой входная величина системы является входной величиной первого элемента прямой цепи, а выходной величиной разомкнутой системы является выходная величина последнего звена цепи обратной связи. Для замкнутой системы с передаточной функцией (7.10) передаточная функция разомкнутой системы будет иметь следующий вид

$$W_p(p) = W_{\Pi}(p) \cdot W_{oc}(p). \quad (7.12)$$

Пример. Найти передаточную функцию системы, состоящую из интегрирующего звена в прямой цепи $W_{\Pi}(p) = k_1/p$ и охваченного отрицательной обратной связью в виде пропорционального звена $W_{oc}(p) = k_{oc}$ (так называемой жесткой обратной связью).

По формуле (7.10) находим

$$W(p) = k_1 / (p + k_1 k_{oc}) = k / (Tp + 1),$$

где $k = 1/k_{oc}$; $T = 1/(k_1 k_{oc})$.

Как видно из примера, введение обратных связей резко меняет свойства основного звена: вместо интегрирующего звена получено апериодическое звено 1-го порядка.

На основании приведенных формул преобразования передаточную функцию системы управления печью (рисунок 7.2) можно представить так

$$\Phi_3(p) = \frac{W_n(p) \cdot W_{uo}(p) \cdot W_p(p)}{1 + W_n(p) \cdot W_{uo}(p) \cdot W_n(p) \cdot W_o(p)}.$$

Будем считать, что рассмотренной ранее системе управления (рисунок 7.2) печь представляет собой апериодическое звено 1-го порядка:

$$W_n = \frac{k_n}{1 + T_n p}.$$

Так как инерционность исполнительного органа и регулятора меньше постоянной времени печи, то с определенной степенью точности можно представить их как безынерционные звенья. Кроме этого для упрощения математических выкладок рассмотрим случай с пропорциональным регулятором.

Инерционность датчиков всегда выбирается на порядок меньше, чем исполнительных органов.

$$W_{uo}(p) = k_{uo}, W_p(p) = k_p, W_d(p) = k_d.$$

В этом случае передаточная функция замкнутой системы:

$$\Phi_3(p) = \frac{k_{ny}}{T_n p + 1 + k_{ny} \cdot k_d} = \frac{k}{T p + 1},$$

где $k_{ny} = k_n \cdot k_{uo} \cdot k_p$, $k = k_{ny} / (1 + k_{ny} k_d)$, $T = T_n / (1 + k_{ny} k_d)$, представляет собой также апериодическое звено, но совершенно с другими параметрами.

При получении передаточных функций сложных систем с множеством звеньев и различными связями между ними основной подход к решению задачи заключается в сведении сложной структурной многоконтурной схемы к одноконтурной схеме путем замены звеньев, охваченных различными связями, укрупненными эквивалентными (заменяющими) звеньями, и устранению перекрестных связей в системе. Последняя задача решается с использованием так называемых правил эквивалентного преобразования.

7.3 Контрольные вопросы

1. Какие бывают типы соединения звеньев на структурной схеме?
2. Чему равна передаточная функция системы последовательно соединенных звеньев?
3. Чему равна передаточная функция системы параллельно соединенных звеньев?
4. Чему равна передаточная функция системы с обратной связью?
5. Что такое разомкнутая система?