

20 ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА

20.1 Формирование базы правил систем нечеткого вывода

База правил систем нечеткого вывода предназначена для формального представления эмпирических знаний или знаний экспертов в той или иной проблемной области. В системах нечеткого вывода используются правила нечетких продукций, в которых условия и заключения сформулированы в терминах нечетких лингвистических высказываний рассмотренных выше видов. Совокупность таких правил будем далее называть базами правил нечетких продукций.

База правил нечетких продукций. *База правил нечетких продукций* представляет собой конечное множество правил нечетких продукций, согласованных относительно используемых в них лингвистических переменных. Наиболее часто база правил представляется в форме структурированного текста:

$$\begin{aligned}
 &\text{ПРАВИЛО}_1: \text{ЕСЛИ "Условие}_1\text{" ТО "Заключение}_1\text{" } (F_1) \\
 &\text{ПРАВИЛО}_2: \text{ЕСЛИ "Условие}_2\text{" ТО "Заключение}_2\text{" } (F_2) \\
 &\dots \\
 &\text{ПРАВИЛО}_n: \text{ЕСЛИ "Условие}_n\text{" ТО "Заключение}_n\text{" } (F_n)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

или в эквивалентной форме:

$$\begin{aligned}
 &\text{RULE}_1: \text{IF Condition}_1 \text{ THEN Conclusion}_1 (F_1) \\
 &\text{RULE}_2: \text{IF Condition}_2 \text{ THEN Conclusion}_2 (F_2) \\
 &\dots \\
 &\text{RULE}_n: \text{IF Condition}_n \text{ THEN Conclusion}_n (F_n)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Здесь через $F_i (i \in \{1, 2, \dots, n\})$ обозначены *коэффициенты определенности* или *весовые коэффициенты* соответствующих правил. Эти коэффициенты могут принимать значения из интервала $[0, 1]$. В случае, если эти весовые коэффициенты отсутствуют, удобно принять, что их значения равны 1.

Согласованность правил относительно используемых лингвистических переменных означает, что в качестве условий и заключений правил могут использоваться только нечеткие лингвистические высказывания, при этом в каждом из нечетких высказываний должны быть определены функции принадлежности значений терм-множества для каждой из лингвистических переменных.

Входные и выходные лингвистические переменные.

В системах нечеткого вывода лингвистические переменные, которые используются в нечетких высказываниях подусловий правил нечетких продукций, часто называют *входными лингвистическими переменными*, а переменные, которые используются в нечетких высказываниях подзаключений правил нечетких продукций, часто называют *выходными лингвистическими переменными*.

Таким образом, при задании или формировании базы правил нечетких продукций необходимо определить: множество правил нечетких продукций: $P = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ в форме (2), множество входных лингвистических переменных: $V = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$ и множество выходных лингвистических переменных: $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$. Тем самым база правил нечетких продукций считается заданной, если заданы множества P, V, W .

Напомним, что входная $\beta_i \in V$ или выходная $w_i \in W$ лингвистическая переменная считается заданной или определенной, если для нее определено базовое терм-множество с соответствующими функциями принадлежности каждого термина, а также две процедуры G и M . Наиболее распространенным случаем является использование в качестве функций принадлежности термов треугольных или трапециевидных функций принадлежности, рассмотренных ранее. При этом для удобства записи применяют специальные сокращения для наименования отдельных термов входных и выходных лингвистических переменных (таблица 1).

На формирование базы правил систем нечеткого вывода часто оказывают влияние некоторые дополнительные факторы, которые определяются спецификой решаемой задачи или используемого алгоритма нечеткого вывода. Эти

специфические особенности и соответствующие им требования, предъявляемые к базе правил, будут отмечены далее рассмотрении алгоритмов вывода и примеров систем нечеткого управления.

Таблица 1 – Общепринятые сокращения для значений основных термов лингвистических переменных в системах нечеткого вывода

Символическое обозначение	Англоязычная нотация	Русскоязычная нотация
NB	Negative Big	Отрицательное большое
NM	Negative Middle	Отрицательное среднее
NS	Negative Small	Отрицательное малое
ZN	Zero Negative	Отрицательное близкое к нулю
Z	Zero	Нуль, близкое к нулю
ZP	Zero Positive	Положительное близкое к нулю
PS	Positive Small	Положительное малое
PM	Positive Middle	Положительное среднее
PB	Positive Big	Положительное большое

Изложенные здесь понятия базы правил нечетких продукций в максимальной степени соответствуют алгоритму вывода Мамдани, который в настоящее время получил наибольшее практическое применение в задачах нечеткого моделирования.

20.2 Фаззификация (Fuzzification)

В контексте нечеткой логики под *фаззификацией* понимается не только отдельный этап выполнения нечеткого вывода, но и собственно процесс или процедура нахождения значений функций принадлежности нечетких множеств (термов) на основе обычных (не нечетких) исходных данных. Фаззификацию еще называют *введением нечеткости*.

Целью этапа фаззификации является установление соответствия между конкретным (обычно – численным) значением отдельной входной переменной системы нечеткого вывода и значением функции принадлежности соответствующего ей термина входной лингвистической переменной. После завершения этого этапа для всех входных переменных должны быть определены конкретные значения функций принадлежности по каждому из лингвистических термов, которые используются в подусловиях базы правил системы нечеткого вывода.

Формально процедура фаззификации выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными конкретные значения всех входных переменных системы нечеткого вывода, т.е. множество значений $V' = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$. В общем случае каждое $a_i \in X_i$ где X_i – универсум лингвистической переменной β_i . Эти значения могут быть получены либо от датчиков, либо некоторым другим, внешним по отношению к системе нечеткого вывода способом.

Далее рассматривается каждое из подусловий вида " β_i есть α' " правил системы нечеткого вывода, где α' – некоторый терм с известной функцией принадлежности $\mu(x)$. При этом значение a_i используется в качестве аргумента $\mu(x)$, тем самым находится количественное значение $b'_i = \mu(a_i)$. Это значение и является результатом фаззификации подусловия " β_i есть α' ".

Этап фаззификации считается законченным, когда будут найдены все значения $b'_i = \mu(a_i)$ для каждого из подусловий всех правил, входящих в рассматриваемую базу правил системы нечеткого вывода. Это множество значений обозначим через $B = \{b'_i\}$. При этом если некоторый терм α' лингвистической переменной β_i , не присутствует ни в одном из нечетких высказываний, то соответствующее ему значение функции принадлежности не находится в процессе фаззификации.

Если в некотором подусловии встречается терм с модификатором, то процедура фаззификации выполняется аналогичным образом применительно к

функции принадлежности терма после выполнения операции, соответствующей данному модификатору.

Для иллюстрации выполнения этого этапа рассмотрим пример процесса фаззификации трех нечетких высказываний: "скорость автомобиля малая", "скорость автомобиля средняя", "скорость автомобиля высокая" для входной лингвистической переменной β_1 – скорость движения автомобиля. Им соответствуют нечеткие высказывания первого вида: " β_1 есть α_1 ", " β_1 есть α_2 ", " β_1 есть α_3 ". Предположим, что текущая скорость автомобиля равна 55 км/ч.

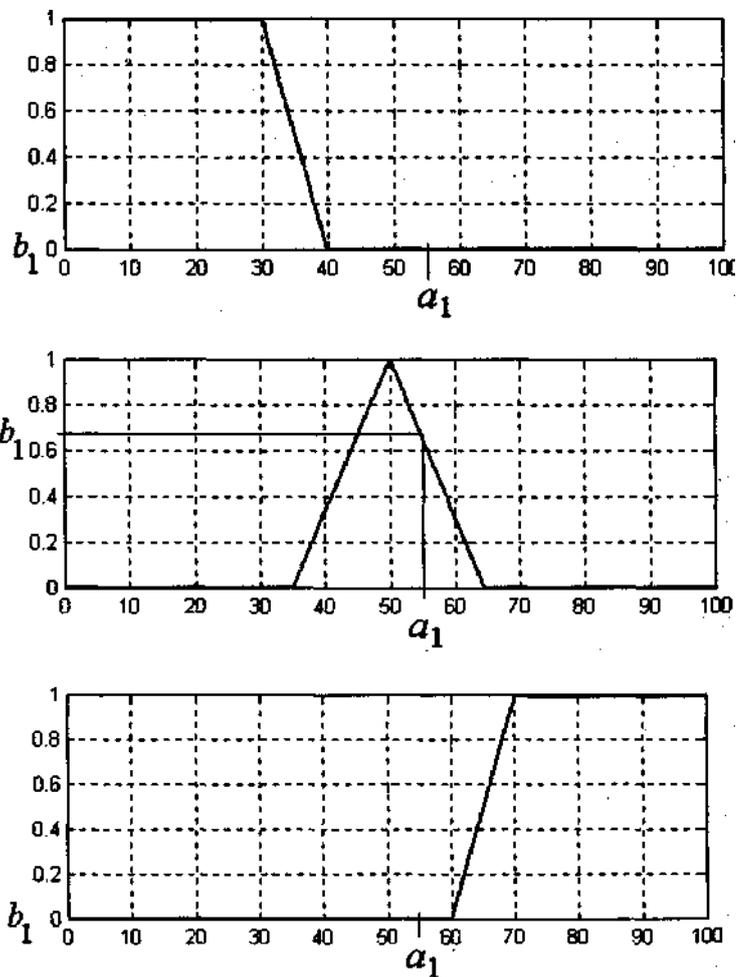


Рисунок 1 – Пример фаззификации входной лингвистической переменной "скорость автомобиля" для трех нечетких высказываний

Тогда фаззификация первого нечеткого высказывания дает в результате число 0, которое означает его степень истинности и получается подстановкой

значения $a_1 = 55$ км/ч в качестве аргумента функции принадлежности терма α_1 (рисунок 1, а). Фаззификация второго нечеткого высказывания дает в результате число 0,67 (приближенное значение), которое означает его степень истинности и получается подстановкой значения $a_1 = 55$ км/ч в качестве аргумента функции принадлежности терма α_2 (рисунок 1, б). Фаззификация третьего нечеткого высказывания дает в результате число 0, которое означает его степень истинности и получается подстановкой значения $a_1 = 55$ км/ч в качестве аргумента функции принадлежности терма α_3 (рисунок 1, в).

20.3 Агрегирование (Aggregation)

Агрегирование представляет собой процедуру определения степени истинности условий по каждому из правил системы нечеткого вывода.

Формально процедура агрегирования выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными значения истинности всех подусловий системы нечеткого вывода, т. е. множество значений $B = \{b'_i\}$. Далее рассматривается каждое из условий правил системы нечеткого вывода. Если условие правила представляет собой нечеткое высказывание вида 1 или 2, то степень его истинности равна соответствующему значению b'_i .

Если же условие состоит из нескольких подусловий, причем лингвистические переменные в подусловиях попарно не равны друг другу, то определяется степень истинности сложного высказывания на основе известных значений истинности подусловий. При этом значения b'_i используются в качестве аргументов соответствующих логических операций. Тем самым находят количественные значения истинности всех условий правил системы нечеткого вывода.

Этап агрегирования считается законченным, когда будут найдены все значения b''_k для каждого из правил R_k , входящих в рассматриваемую базу правил P системы нечеткого вывода. Это множество значений обозначим через $B'' = \{b''_1, b''_2, \dots, b''_n\}$.

Следует отметить, что при использовании расчетных формул для определения результатов нечеткой конъюнкции и нечеткой дизъюнкции целесообразно применять попарно согласованные методы расчета для всех правил системы нечетких продукций.

Для иллюстрации выполнения этого этапа рассмотрим пример процесса агрегирования двух нечетких высказываний: "скорость автомобиля средняя" И "кофе горячий" и "скорость автомобиля средняя" ИЛИ "кофе горячий" для входной лингвистической переменной β_1 – скорость движения автомобиля и β_2 – температура кофе. Предположим, что текущая скорость автомобиля равна 55 км/ч, т. е. $a_1 = 55$ км/ч, а температура кофе равна $a_2 = 70$ °С.

Тогда агрегирование первого нечеткого высказывания с использованием операции нечеткой конъюнкции дает в результате число $b''_1 = 0,67$ (приближенное значение), которое означает его степень истинности и получается как минимальное из значений 0,67 и 0,8 (рисунок 2, а). Агрегирование второго нечеткого высказывания с использованием операции нечеткой дизъюнкции дает в результате число $b''_1 = 0,8$, которое означает его степень истинности и получается как максимальное из значений 0,67 и 0,8 (рисунок 2, б).

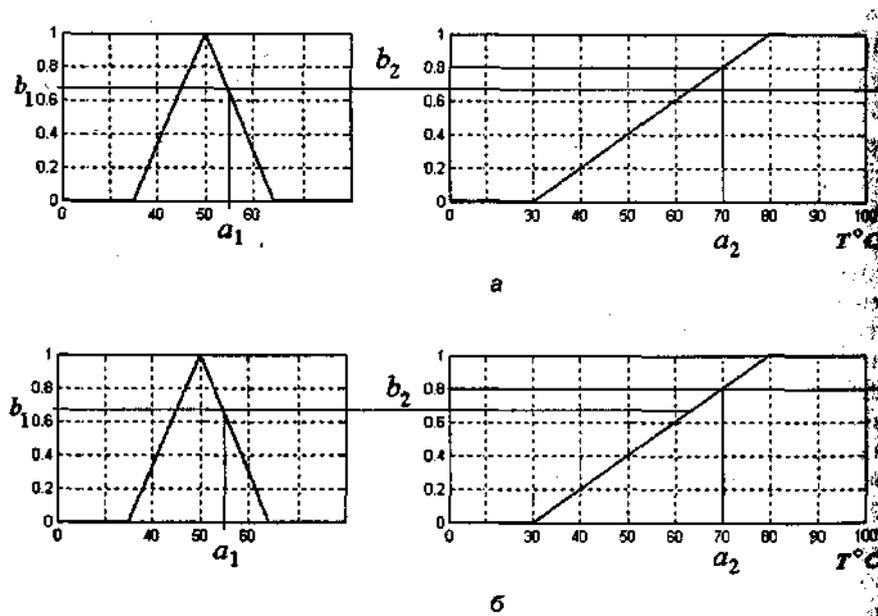


Рисунок 2 – Примеры агрегирования подусловий для двух нечетких высказываний "скорость автомобиля средняя" И "температура кофе высокая" (а) и "скорость автомобиля средняя" ИЛИ "температура кофе высокая" (б)

20.4 Активизация (Activation)

Активизация в системах нечеткого вывода представляет собой процедуру или процесс нахождения степени истинности каждого из подзаключений правил нечетких продукций. Активизация в общем случае во многом аналогична композиции нечетких отношений, но не тождественна ей. При формировании базы правил системы нечеткого вывода задаются весовые коэффициенты F_i для каждого правила (по умолчанию предполагается, если весовой коэффициент не задан явно, то его значение равно 1).

Формально процедура активизации выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными значения истинности всех условий системы нечеткого вывода, т. е. множество значений $B'' = \{b''_1, b''_2, \dots, b''_n\}$ и значения весовых коэффициентов F_i для каждого правила. Далее рассматривается каждое из заключений правил системы нечеткого вывода. Если заключение правила представляет собой нечеткое высказывание вида 1 или 2, то степень его истинности равна алгебраическому произведению соответствующего значения b''_i на весовой коэффициент F_i .

Если же заключение состоит из нескольких подзаключений, причем лингвистические переменные в подзаключениях попарно не равны друг другу, то степень истинности каждого из подзаключений равна алгебраическому произведению соответствующего значения b''_i на весовой коэффициент F_i . Таким образом, находятся все значения c_k степеней истинности подзаключений для каждого из правил R_k , входящих в рассматриваемую базу правил P системы нечеткого вывода. Это множество значений обозначим через $C = \{c_1, c_2, \dots, c_q\}$, где q – общее количество подзаключений в базе правил.

При этом не исключается случай, когда весовой коэффициент F_i может быть задан индивидуально для отдельных подзаключений. При этом процедура активизации остается прежней.

После нахождения множества $C = \{c_1, c_2, \dots, c_q\}$ определяются функции

принадлежности каждого из подзаключений для рассматриваемых выходных лингвистических переменных. Для этой цели можно использовать один из методов, являющихся модификацией того или иного метода нечеткой композиции:

– min-активизация:

$$\mu'(y) = \min \{c_i, \mu(y)\} \quad (3)$$

– prod-активизация:

$$\mu'(y) = c_i \cdot \mu(y) \quad (4)$$

– average-активизация:

$$\mu'(y) = 0.5 \cdot (c_i + \mu(y)) \quad (5)$$

где $\mu(y)$ – функция принадлежности термина, который является значением некоторой выходной переменной w_j заданной на универсуме Y .

Этап активизации считается законченным, когда для каждой из выходных лингвистических переменных, входящих в отдельные подзаключения правил нечетких продукций, будут определены функции принадлежности нечетких множеств их значений, т. е. совокупность нечетких множеств: C_1, C_2, \dots, C_q , где q – общее количество подзаключений в базе правил системы нечеткого вывода.

Следует отметить, что кроме методов (3) – (5) для выполнения активизации могут быть предложены и другие способы, основанные на модификации различных операций нечеткой композиции. Здесь приводятся лишь те из них, которые нашли наибольшее практическое применение в задачах нечеткого моделирования.

Для иллюстрации выполнения этого этапа рассмотрим пример процесса активизации заключения в следующем правиле нечеткой продукции (это правило вряд ли имеет целевое применение и используется формальным образом):

ЕСЛИ "скорость автомобиля средняя" ТО "кофе горячий"

Входной лингвистической переменной в этом правиле является β_1 – скорость движения автомобиля, а выходной переменной является β_2 – температура кофе. Предположим, что текущая скорость автомобиля равна 55 км/ч,

т. е. $a_1 = 55$ км/ч.

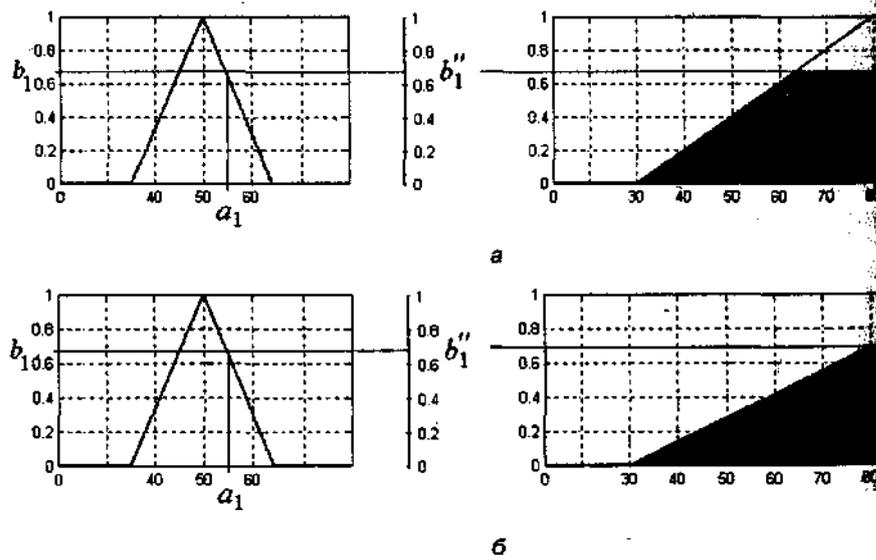


Рисунок 3 – Пример активизации заключения для правила нечеткой продукции

Поскольку агрегирование условия этого правила дает в результате $b''_1 = 0,67$, а весовой коэффициент равен 1 (по умолчанию), то значение 0,67 будет использоваться в качестве c_1 для получения результата активизации. Результат, полученный методом min-активизации (3), изображен на рисунке 3, а более темным цветом, а результат, полученный методом prod-активизации (4), изображен на рисунке 3, б более темным цветом. Следует помнить, что в этом примере в отличие от предыдущего "температура кофе" – выходная лингвистическая переменная.

20.5 Аккумуляция (Accumulation)

Аккумуляция или аккумуляирование в системах нечеткого вывода представляет собой процедуру или процесс нахождения функции принадлежности для каждой из выходных лингвистических переменных множества $W = \{w_1, w_2, \dots, w_s\}$.

Цель аккумуляции заключается в том, чтобы объединить или аккумуляи-

ровать все степени истинности заключений (подзаключений) для получения функции принадлежности каждой из выходных переменных. Причина необходимости выполнения этого этапа состоит в том, что подзаключения, относящиеся к одной и той же выходной лингвистической переменной, принадлежат различным правилам системы нечеткого вывода.

Формально процедура аккумуляции выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными значения истинности всех подзаключений для каждого из правил R_k , входящих в рассматриваемую базу правил P системы нечеткого вывода, в форме совокупности нечетких множеств: C_1, C_2, \dots, C_q , где q – общее количество подзаключений в базе правил. Далее последовательно рассматривается каждая из выходных лингвистических переменных $w_j \in W$ относящиеся к ней нечеткие множества: $C_{j1}, C_{j2}, \dots, C_{jq}$. Результат аккумуляции для выходной лингвистической переменной w_j , определяется как объединение нечетких множеств $C_{j1}, C_{j2}, \dots, C_{jq}$.

Этап аккумуляции считается законченным, когда для каждой из выходных лингвистических переменных будут определены итоговые функции принадлежности нечетких множеств их значений, т. е. совокупность нечетких множеств: C'_1, C'_2, \dots, C'_s , где s – общее количество выходных лингвистических переменных в базе правил системы нечеткого вывода.

Для иллюстрации выполнения этого этапа рассмотрим пример процесса аккумуляции заключений для трех нечетких множеств C_{11}, C_{12}, C_{13} , полученных в результате выполнения процедуры активизации для выходной лингвистической переменной "*скорость движения автомобиля*" в некоторой системе нечеткого вывода. Предположим, что функции принадлежности этих нечетких множеств изображены на рисунке 4, а, б, в соответственно.

Аккумуляция этих функций принадлежности методом \max -объединения нечетких множеств C_{11}, C_{12}, C_{13} позволяет получить в результате функцию принадлежности выходной лингвистической переменной "*скорость движения автомобиля*", которая представлена на рисунке 4, г. Эта функция принадлежно-

сти соответствует нечеткому множеству C'_1 , если принять, что рассматриваемая выходная лингвистическая переменная есть w_1 .

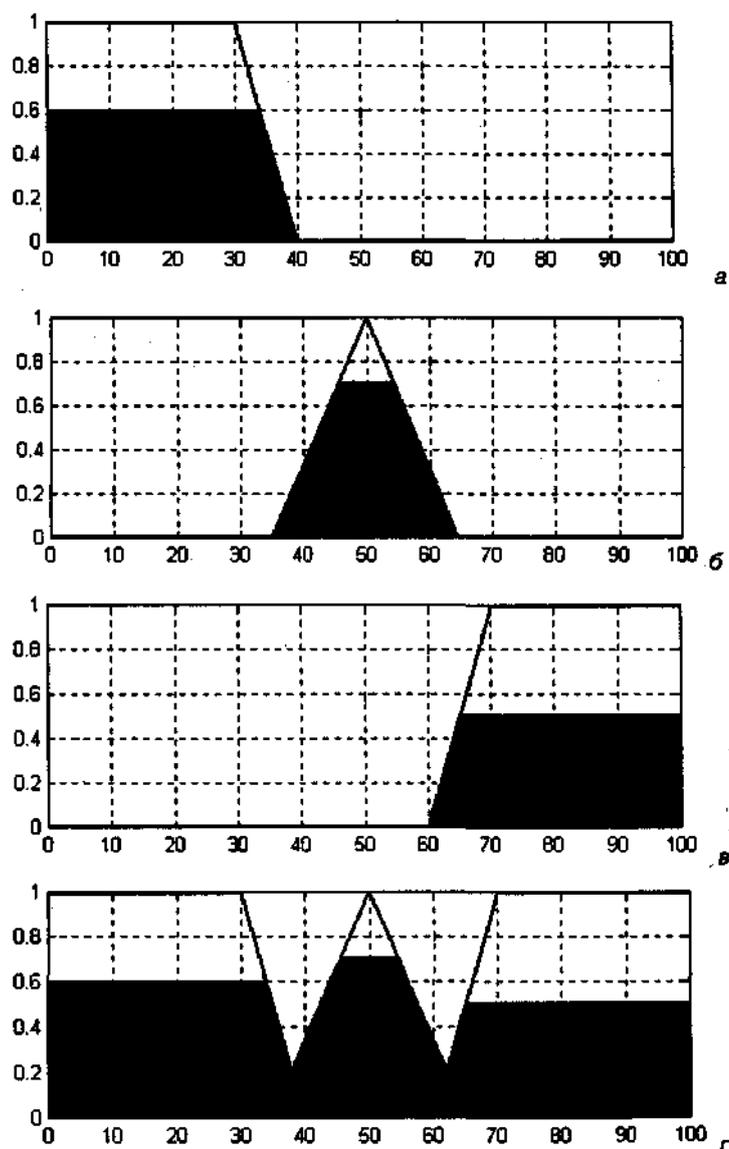


Рисунок 4 – Пример аккумуляции заключения для выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля"

20.6 Дефаззификация (Defuzzification)

Дефаззификация в системах нечеткого вывода представляет собой процедуру или процесс нахождения обычного (не нечеткого) значения для каждой из выходных лингвистических переменных множества $W = \{w_1, w_2, \dots, w_s\}$.

Цель дефаззификации заключается в том, чтобы, используя результаты

аккумуляции всех выходных лингвистических переменных, получить обычное количественное значение (crisp value) каждой из выходных переменных, которое может быть использовано специальными устройствами, внешними по отношению к системе нечеткого вывода.

Действительно, применяемые в современных системах управления устройства и механизмы способны воспринимать традиционные команды в форме количественных значений соответствующих управляющих переменных. Именно по этой причине необходимо преобразовать нечеткие множества в некоторые конкретные значения переменных. Поэтому дефаззификацию называют также приведением к четкости.

Формально процедура дефаззификации выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными функции принадлежности всех выходных лингвистических переменных в форме нечетких множеств: C'_1, C'_2, \dots, C'_s , где s – общее количество выходных лингвистических переменных в базе правил системы нечеткого вывода. Далее последовательно рассматривается каждая из выходных лингвистических переменных $w_j \in W$ и относящаяся к ней нечеткое множество C'_j . Результат дефаззификации для выходной лингвистической переменной so , определяется в виде количественного значения $y_j \in R$, получаемого по одной из рассматриваемых ниже формул.

Этап дефаззификации считается законченным, когда для каждой из выходных лингвистических переменных будут определены итоговые количественные значения в форме некоторого действительного числа, т. е. в виде y_1, y_2, \dots, y_s , где s – общее количество выходных лингвистических переменных в базе правил системы нечеткого вывода.

Для выполнения численных расчетов на этапе дефаззификации могут быть использованы различные формулы, получившие название *методов дефаззификации*. Наиболее часто применяемым в настоящее время является метод центра тяжести.

Центр тяжести (CoG, COG, Centre of Gravity) или центроид площади

рассчитывается по формуле:

$$y = \frac{\int_{Min}^{Max} x \cdot \mu(x) dx}{\int_{Min}^{Max} \mu(x) dx} \quad (6)$$

В формуле используются следующие обозначения: y – результат дефаззификации; x – переменная, соответствующая выходной лингвистической переменной w ; $\mu(x)$ – функция принадлежности нечеткого множества, соответствующего выходной переменной со после этапа аккумуляции; Min и Max – левая и правая точки интервала носителя нечеткого множества рассматриваемой выходной переменной w .

При дефаззификации методом центра тяжести обычное (не нечеткое) значение выходной переменной равно абсциссе центра тяжести площади, ограниченной графиком кривой функции принадлежности соответствующей выходной переменной.

Пример дефаззификации методом центра тяжести функции принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" изображен на рисунке 5. В этом случае $y_1 = 40$ км/ч (приближенное значение).

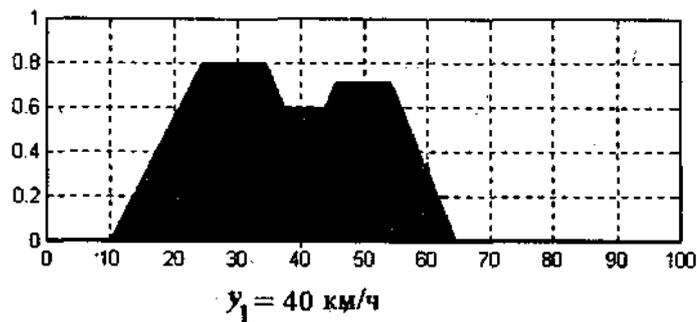


Рисунок 5 – Пример дефаззификации выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" методом центра тяжести

20.7 Основные алгоритмы нечеткого вывода

Рассмотренные выше этапы нечеткого вывода могут быть реализованы неоднозначным образом, поскольку включают в себя отдельные параметры, которые должны быть фиксированы или специфицированы. Тем самым выбор конкретных вариантов параметров каждого из этапов определяет некоторый алгоритм, который в полном объеме реализует нечеткий вывод в системах правил нечетких продукций. К настоящему времени предложено несколько алгоритмов нечеткого вывода. Наибольшее применение в системах нечеткого вывода получил алгоритм Мамдани (Mamdani).

Он был предложен в 1975 г. английским математиком Е. Мамдани (Ebrahim Mamdani) в качестве метода для управления паровым двигателем. По своей сути этот алгоритм порождает рассмотренные выше этапы, поскольку в наибольшей степени соответствует их параметрам.

Формально *алгоритм Мамдани* может быть определен следующим образом.

1. Формирование базы правил систем нечеткого вывода. Особенности формирования базы правил совпадают с рассмотренными выше при описании данного этапа.

2. Фаззификация входных переменных. Особенности фаззификации совпадают с рассмотренными выше при описании данного этапа.

3. Агрегирование подусловий в нечетких правилах продукций. Для нахождения степени истинности условий каждого из правил нечетких продукций используются парные нечеткие логические операции. Те правила, степень истинности условий которых отлична от нуля, считаются *активными* и используются для дальнейших расчетов.

4. Активизация подзаключений в нечетких правилах продукций. Осуществляется по формуле (3), при этом для сокращения времени вывода учитывается только активные правила нечетких продукций.

5. Аккумуляция заключений нечетких правил продукций. Осуществля-

ется объединением нечетких множеств, соответствующих термам подзаключений, относящихся к одним и тем же выходным лингвистическим переменным.

6. Дефаззификация выходных переменных. Традиционно используется метод центра тяжести в форме или метод центра площади.

20.8 Контрольные вопросы

1. Что такое база правил нечетких продукций?
2. Что такое входные и выходные лингвистические переменные?
3. Какой алгоритм в настоящее время получил наибольшее практическое применение в задачах нечеткого моделирования?
4. Что такое фаззификация?
5. Что такое агрегирование?
6. Что такое активизация?
7. Что такое аккумуляция?
8. Что такое дефаззификация?
9. Какой метод дефаззификации является наиболее часто применяемым в настоящее время?
10. Какой алгоритм нечеткого вывода является наиболее часто применяемым в настоящее время?