18 НЕЧЕТКАЯ И ЛИНГВИСТИЧЕСКАЯ ПЕРЕМЕННЫЕ. НЕЧЕТКИЕ ВЕЛИЧИНЫ ЧИСЛА И ИНТЕРВАЛЫ

Рассмотренное выше понятие нечеткого множества допускает различные уточнения, которые целесообразно использовать для более адекватного отражения семантики неопределенности при построении нечетких моделей сложных систем. Одним из таких уточнений является понятие лингвистической переменной, которое широко используется в нечетком управлении для представления входных и выходных переменных управляемой системы. В этой лекции также будут рассмотрены нечеткие аналоги обычных чисел и интервалов, которые оказываются весьма удобным средством для численных расчетов значений соответствующих функции принадлежности при выполнении арифметических операций.

18.1 Определения нечеткой и лингвистической переменных

Нечеткая переменная. *Нечеткая переменная* определяется как кортеж: $<\alpha, X, A>$, где α – наименование или название нечеткой переменной; X – область ее определения (универсум); $A = \{x, \mu_A(x)\}$ – нечеткое множество на X, описывающее возможные значения, которые может принимать нечеткая переменная α. Таким образом, говоря о нечеткой переменной α, мы всегда будем иметь в виду некоторое нечеткое множество A, которое определяет ее возможные значения.

В качестве примера нечеткой переменной можно привести рассмотренное ранее нечеткое множество B, которое характеризует *"горячий кофе"*. В этом случае соответствующая нечеткая переменная может быть представлена следующим образом:

$$< \text{Горячий кофе}, \{x \mid 0°C < x < 100°C\}, B >,$$

где $B = \{x, \mu_B(x)\}$ – нечеткое множество с функцией принадлежности $\mu_B(x)$, которая может быть задана, в частности, графически.

Обобщением нечеткой переменной является так называемая лингвистическая переменная.

Лингвистическая переменная. *Лингвистическая переменная* также определяется как кортеж: $< \beta, T, X, G, M >$, где:

β – наименование или название лингвистической переменной;

T – базовое *терм-множество* лингвистической переменной или множество ее значений *(термов),* каждое из которых представляет собой наименование отдельной нечеткой переменной α;

X – область определения (универсум) нечетких переменных, которые входят в определение лингвистической переменной β;

G – некоторая синтаксическая процедура, которая описывает процесс образования или генерирования из множества T новых, осмысленных в рассматриваемом контексте значений для данной лингвистической переменной;

M – семантическая процедура, которая позволяет поставить в соответствие каждому новому значению данной лингвистической переменной, получаемому с помощью процедуры G, некоторое осмысленное содержание посредством формирования соответствующего нечеткого множества.

В качестве примера рассмотрим ситуацию со скоростью движения автомобильного транспорта в пределах городской черты. Хотя правила дорожного движения регламентируют величину этой скорости, однако многие автолюбители предпочитают давать собственную субъективную оценку своей скорости движения. При этом используются такие определения, как "малая скорость", "средняя скорость" и "высокая скорость" движения. Очевидно, что подобная практическая оценка скорости может относиться к диапазону скоростей в пределах интервала от 0 км/ч до некоторой величины, определяемой личными предпочтениями того или иного водителя. Пусть в нашем примере из соображений удобства это будет величина 100 км/ч.

Формализация субъективной оценки скорости движения может быть выполнена с помощью следующей лингвистической переменной $<\beta_1, T, X, G, M>$, где

β_1 – скорость движения автомобиля;

Т – *{"малая скорость", "средняя скорость", "высокая скорость"}*;

Х – [0,100];

G – процедура образования новых термов с помощью связок логических связок "И", "ИЛИ" и модификаторов типа "очень", "НЕ", "слегка" и др. Например: "малая или средняя скорость", "очень высокая скорость" и др.;

M – процедура задания на X=[0, 100] нечетких переменных α_1= *"малая скорость",* α_2 = *"средняя скорость",* α_3= *"высокая скорость",* а также соответствующих нечетких множеств для термов из $G(T)$ в соответствии с правилами трансляции нечетких связок и модификаторов "И", "ИЛИ", "НЕ", "очень", "слегка".

Конкретные процедуры G и M будут рассмотрены нами далее. Применительно к данному конкретному примеру можно ограничиться предположением об их тривиальном характере, т. е. никаких логических связок и модификаторов мы не будем использовать.

Для рассматриваемого примера нечеткие множества A_1, A_2, A_3, соответствующие нечетким переменным: α_1 = *"малая скорость",* α_2= *"средняя скорость",* α_3= *"высокая скорость",* удобно задать графически с помощью кусочно-линейных функций принадлежности. Один из возможных конкретных вариантов этих нечетких множеств изображен на рисунке 1.

Иногда для наглядности графики функций принадлежности нескольких нечетких переменных, используемых для задания одной лингвистической переменной, изображают на одном рисунке. Применительно к примеру все три графика представлены на рисунке 2, что позволяет сравнивать значения функций принадлежности соответствующих нечетких переменных для различных значений универсума.

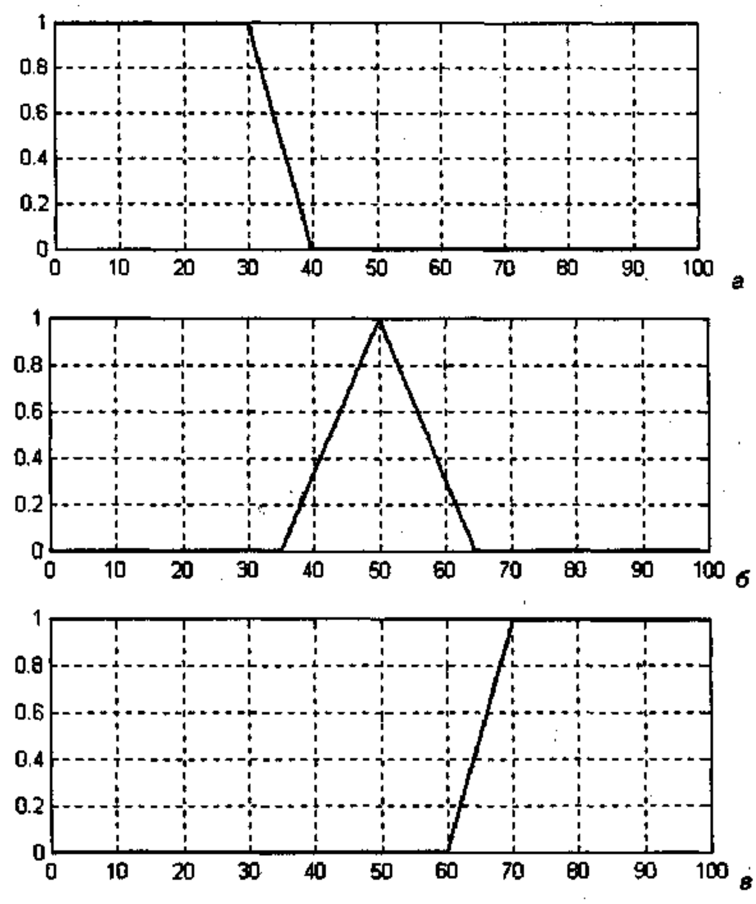

Рисунок 1 – Графики функций принадлежности нечетких множеств A_1, A_2, A_3, соответствующих нечетким переменным α_1= *"малая скорость"* (а), α_2 = *"средняя скорость"* (б), α_3= *"высокая скорость"* (в) для лингвистической переменной β_1 (скорость движения автомобиля)

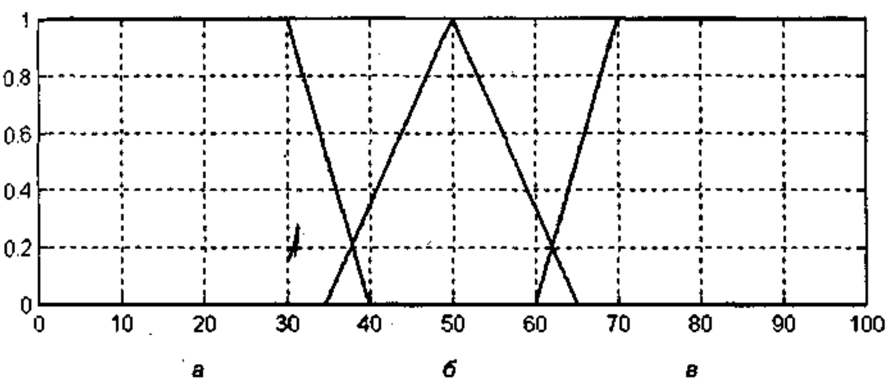

Рисунок 2 – Графики функций принадлежности нечетких множеств A_1, A_2, A_3, изображенные на одном рисунке

Наряду с рассмотренными выше базовыми значениями лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" (T = {*"малая скорость", "средняя скорость", "высокая скорость"*}) возможны и другие значения этой же лингвистической переменной, зависящие от конкретной величины скорости движения. Например, могут быть определены такие дополнительные значения лингвистической переменной *"скорость движения автомобиля",* как "около 30 км/ч", "около 50 км/ч", "около 70 км/ч". Как будет видно из дальнейшего изложения, эти значения лингвистической переменной удобно моделировать с помощью нечетких чисел.

18.2 Нечеткие величины, числа и интервалы

Процесс нечеткого моделирования основывается на количественном представлении входных и выходных переменных системы в форме нечетких множеств. Такое представление связано с рассмотрением специальных нечетких множеств, которые задаются на множестве действительных чисел и обладают некоторыми Дополнительными свойствами. Наиболее общим понятием в этом контексте является понятие нечеткой величины.

Нечеткая величина. *Нечеткой величиной* называется произвольное нечеткое множество $B = \{x, \mu_B(x)\}$, заданное на множестве действительных чисел R т. е. для которого универсумом X служит все множество R. Другими словами, функция принадлежности нечеткой величины есть отображение $\mu_B(x) : R \to [0,1]$. Если в качестве универсума взять подмножество неотрицательных действительных чисел $R+$, то получим определение *неотрицательной нечеткой величины* $B+$.

Наибольший интерес для нечеткого моделирования представляет конкретизация нечеткой величины в форме нечетких чисел и интервалов.

Нечеткий интервал. В общем случае *нечетким интервалом* называется нечеткая величина с выпуклой функцией принадлежности.

Нечеткое число. В общем случае *нечетким числом* называется такая нечеткая величина, функция принадлежности которой является выпуклой и унимодальной.

Поскольку нечеткие числа и интервалы представляют собой нечеткие множества, то для них оказываются справедливыми все свойства и операции, определенные ранее для нечетких множеств. Это в полной мере относится к определению нормального нечеткого числа и нормального нечеткого интервала, носителя и ядра, а также свойств выпуклости и унимодальности нечетких чисел и нечетких интервалов, которые были использованы при их определении.

Дополнительно нечеткие числа могут характеризоваться следующими свойствами.

Нечеткий нуль. Нечеткое число называется *нечетким нулем,* если его модальное значение (мода) равно 0.

Положительное (отрицательное) нечеткое число. Нечеткое число называется *положительным* (или *отрицательным)* нечетким числом, если оно имеет строго положительный (соответственно, строго отрицательный) носитель.

Для нечетких чисел и интервалов в общем случае с использованием принципа обобщения могут быть определены аналоги обычных арифметических операций. В этом случае расширенные бинарные арифметические операции (сложение, вычитание, умножение и деление) для нечетких чисел и интервалов определяются через соответствующие операции для обычных действительных чисел.

Пусть A и B – произвольные нечеткие числа (нечеткие интервалы) с функциями принадлежности $\mu_A(x)$ и $\mu_B(y)$ соответственно.

Сложение. Операция *сложения* нечетких чисел (интервалов) обозначается через $A + \mathrm{B} = \mathrm{C} = \{z, \mu_c(z)\}$, где функция принадлежности результата $\mu_c(z)$ определяется по формуле:

$$\mu_C(z) = \sup_{z=x+y} \{\min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}\} \qquad (1)$$

Вычитание. Операция *вычитания* нечетких чисел (интервалов) обозначается через $A - \mathrm{B} = \mathrm{C} = \{z, \mu_c(z)\}$, где функция принадлежности результата $\mu_c(z)$ определяется по формуле:

$$\mu_C(z) = \sup_{z=x-y} \{\min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}\} \tag{2}$$

Умножение. Операция *умножения* нечетких чисел (интервалов) обозначается через $A \cdot B = C = \{z, \mu_c(z)\}$, где функция принадлежности результата $\mu_c(z)$ определяется по формуле:

$$\mu_C(z) = \sup_{z=x \cdot y} \{\min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}\} \tag{3}$$

Деление. Операция *деления* нечетких чисел (интервалов) обозначается через $A \div B = C = \{z, \mu_c(z)\}$, где функция принадлежности результата $\mu_c(z)$ определяется по формуле:

$$\mu_C(z) = \sup_{z=x \div y} \{\min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}\} \tag{4}$$

В выражениях (1)-(4) справа от знака равенства супремум берется по каждому из совокупности значений элементов универсума, которые в свою очередь являются результатом соответствующей обычной арифметической операции над численными значениями элементов универсума исходных нечетких чисел (интервалов).

Например, пусть задано нечеткое число — *"нечеткая единица",* которое описывается следующим конечным нечетким множеством: I ={<0,0.2>, <1, 1.0>, <2,0.*2*>}.

Рассмотрим выполнение нечеткой операции сложения — *"нечеткая единица" плюс "нечеткая единица"* с использованием формулы (1). Последовательно получим $I + I$ ={<0,0.2>, <1,1.0>, <2,0.2>}+{<0,0.2>, <1,1.0>, <2,0.2>}={<0, min{0.2,0.2}>, <1, max{min{0.2,1.0}, min{1.0,0.2}}>, <2, max{min{0.2,0.2}, min{1.0,1.0}, min{0.2,0.2}}> <3, max{min{1.0,0.2}, min{0.2,1.0}}>, <4, min{0.2,0.2}>} = {<0,0.2>,<1,0.2>, <2,0.1>, <3,0.2>,<4,0.2>}.

Возможно, операция сложения нечетких чисел станет более понятной, если принять во внимание, что значения результата получаются как различные комбинации слагаемых обычной арифметической операции сложения: 0=0+0, 1=0+1 = 1+0, 2=0+2=1 + 1=2+0, 3=1+2=2+1, 4=2+2. Очевидно, что для конечных множеств вместо операции *супремум* можно использовать операцию *максимум.*

Полученное в результате нечеткое число можно назвать *"нечеткая двойка"*.

Аналогичным образом можно получить другое нечеткое число – *"нечеткий нуль",* как результат выполнения операции разности с использованием формулы (2). В этом случае получим: *"нечеткий нуль"* равен *"нечеткая единица" минус "нечеткая единица"* или $I - I$={<0, 0.2>, <1, 1.0>, <2, 0.2>}-{<0,0.2>, <1,1.0>, <2,0.2>} = {<-2, min{0.2,0.2}>, <-l, max{min{0.2, 1.0}, min{1.0,0.2}}>,<0, max{min{0.2,0.2}, min{1.0,1.0}, min{0.2,0.2}}>, <1, max{min{1.0,0.2}, min{0.2,1.0}}>, <2, min{0.2, 0.2}>} = {<-2, 0.2>, <-l, 0.2>, <0, 1.0>, <1, 0.2>, <2, 0.2>}.

Иногда могут представлять интерес операции расширенного максимума и расширенного минимума нечетких чисел (интервалов), которые определяются следующим образом.

Расширенный максимум. Операция *расширенного максимума нечетких* чисел (интервалов) обозначается через $\max\{A, \mathrm{B}\} = \mathrm{C} = \{\mathrm{z}, \mu_{\mathrm{c}}(\mathrm{z})\}$ где функция принадлежности результата $\mu_{\mathrm{c}}(\mathrm{z})$ определяется по формуле:

$$\mu_{\mathrm{C}}(z) = \sup_{z=\max\{x,y\}} \{\min\{\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \mu_{\mathrm{B}}(\mathrm{y})\}\} \qquad (5)$$

Расширенный минимум. Операция *расширенного минимума* нечетких чисел (интервалов) обозначается через $\min\{A, \mathrm{B}\} = \mathrm{C} = \{\mathrm{z}, \mu_{\mathrm{c}}(\mathrm{z})\}$, где функция принадлежности результата $\mu_{\mathrm{c}}(\mathrm{z})$ определяется по формуле:

$$\mu_{\mathrm{C}}(z) = \sup_{z=\min\{x,y\}} \{\min\{\mu_{\mathrm{A}}(\mathrm{x}), \mu_{\mathrm{B}}(\mathrm{y})\}\} \qquad (6)$$

Например, пусть задано два нечетких числа – *"нечеткая единица"* и *"нечеткий нуль",* которые описываются следующими конечными нечеткими множествами: I={<0,0.2>, <1, 1.0>,<2,0.2>} и O ={<-1,0.1>, <0,1.0>, <1,0.1>}. Рассмотрим выполнение нечеткой операции расширенного максимума с использованием формулы (5). Последовательно получим: $\max\{I, \mathrm{O}\}$ = {<0, max{min{0.2, 0.1}, min{0.2,1.0}}>, <l, max{min{1.0,0.1}, min{1.0,1.0}, min{1.0,0.1}, min{0.2,1.0}}>, <2, max{min{0.2, 0.1}, min{0.2,1.0}, min{0.2,0.1}}>} = {<0,0;2>, <1,1.0>,<2,0.2>}, т.е. результат равен *"нечеткой единице"*.

При этом значения результата получаются как различные комбинации операции обычного максимума над парами значений исходных нечетких множеств: 0 = max {0, -1} = max {0, 0}, 1 = max {1, -1} = max {1, 0} = max {1, 1} = max {0, I}, 2 = max {2,-1}= max {2,0} = max {2, 1}.

Аналогичным образом для этого примера можно выполнить нечеткую операцию расширенного минимума с использованием формулы (6). Последовательно получим: min{*I*,O} = {<-l, max{min{0.2, 0.1}, min{1.0, 0.1}, min{0.2, 0.1}}>, <0, max{min{0.2,1.0}, min{0.2,0.1}, min{0.2,1.0}, min{1.0,1.0}}>,. <l,max{min{1.0,0.1}, min{0.2,0.1}}>} = {<-l,0.1>, <0, 1.0>, <1,0.1>}, т. е. результат равен *"нечеткому нулю"*.

18.3 Треугольные нечеткие числа и трапециевидные нечеткие интервалы

При решении практических задач нечеткого моделирования наибольшее применение нашли простейшие частные случаи нечетких чисел и интервалов, получившие свое название по виду их функций принадлежности. Эти нечеткие числа и интервалы можно рассматривать как частный случай нечетких чисел и интервалов (L-R)-типа, если в качестве соответствующих функций L-типа и R-типа использовать их предельные случаи, а именно – линейные функции. При этом целесообразность использования трапециевидных нечетких интервалов и треугольных нечетких чисел обусловливается не только простотой выполнения операций над ними, но и их наглядной графической интерпретацией.

Треугольное нечеткое число. *Треугольным нечетким числом* (сокращенно - ТНЧ) будем называть такое нормальное нечеткое число, функция принадлежности которого может быть задана треугольной функцией f_{Δ}. В этом случае ТНЧ удобно представить в виде кортежа из трех чисел: $A_{\Delta} =< a, \alpha, \beta >_{\Delta}$, где a — *модальное значение* ТНЧ; α и β — *левый и правый коэффициенты нечеткости* ТНЧ. Поскольку, как было отмечено ранее, каждая треугольная функция принадлежности порождает нормальное унимодальное выпуклое нечеткое множество с непустым носителем – открытым интервалом $(a-\alpha, a+\beta)$, то ТНЧ является частным случаем нечеткого числа (L-R)-типа.

Напомним, что треугольная функция принадлежности f_Δ характеризуется тремя параметрами и в общем случае может быть записана в виде $f_\Delta = (x; a, b, c)$. При этом параметры ТНЧ $A_\Delta = < a, \alpha, \beta >_\Delta$ однозначным образом связаны с параметрами треугольной функции принадлежности $f_\Delta = (x; a, b, c)$. А именно, модальное значение ТНЧ тождественно равно параметру b функции принадлежности $f_\Delta = (x; a, b, c)$, т. е. $a = b$, а левый и правый коэффициенты нечеткости ТНЧ соответственно равны: $\alpha = b - a, \beta = c - b$.

Пример конкретного ТНЧ $< 3,1,2 >_\Delta$, которое соответствует *"нечеткой тройке",* изображен на рисунке 3, *а.* Очевидно, примером ТНЧ также могут служить нечеткое множество, функция принадлежности которого изображена на рисунке 1, *б*.

Трапециевидный нечеткий интервал. *Трапециевидным нечетким интервалом* (сокращенно – ТНИ) будем называть нормальный нечеткий интервал, функция принадлежности которого может быть задана трапециевидной функцией f_T.

В этом случае ТНИ удобно представить в виде кортежа из четырех чисел: $A_T = < a, b, \alpha, \beta >_T$, где a и b – соответственно *нижнее и верхнее модальные значения* ТНИ; α и β *– левый и правый коэффициенты нечеткости* ТНИ. Поскольку каждая трапециевидная функция принадлежности порождает нормальное выпуклое нечеткое множество с непустым носителем – открытым интервалом $(a - \alpha, b + \beta)$, то ТНИ является частным случаем нечеткого интервала (L-R)-типа. Как нетрудно заметить, треугольное нечеткое число A_Δ является частным случаем трапециевидного нечеткого интервала $A_T = < a, b, \alpha, \beta >_T$ при $a = b$.

Трапециевидная функция принадлежности f_T характеризуется четырьмя параметрами и в общем случае может быть записана в виде $f_T = (x; a, b, c, d)$. При этом параметры ТНИ $A_T = < a, b, \alpha, \beta >_T$ однозначным образом связаны с параметрами трапециевидной функции принадлежности $f_T = (x; a, b, c, d)$. А именно, нижнее модальное значение ТНИ тождественно равно параметру b функции принадлежности $f_T = (x; a, b, c, d)$, верхнее модальное значение ТНИ тождественно равно параметру с функции принадлежности $f_T = (x; a, b, c, d)$, т. е. $b = c$, а левый и правый коэффициенты нечеткости ТНЧ соответственно равны: $\alpha = b - a, \beta = d - c$.

Пример конкретного ТНИ $< 4,6,2,1 >_T$, которое соответствует *"нечеткому интервалу от 4 до 6"*, изображен на рис. 5.7, *б*. Примерами ТНИ могут служить также нечеткие множества, функции принадлежности которых изображены на рисунке 1, *а, в*.

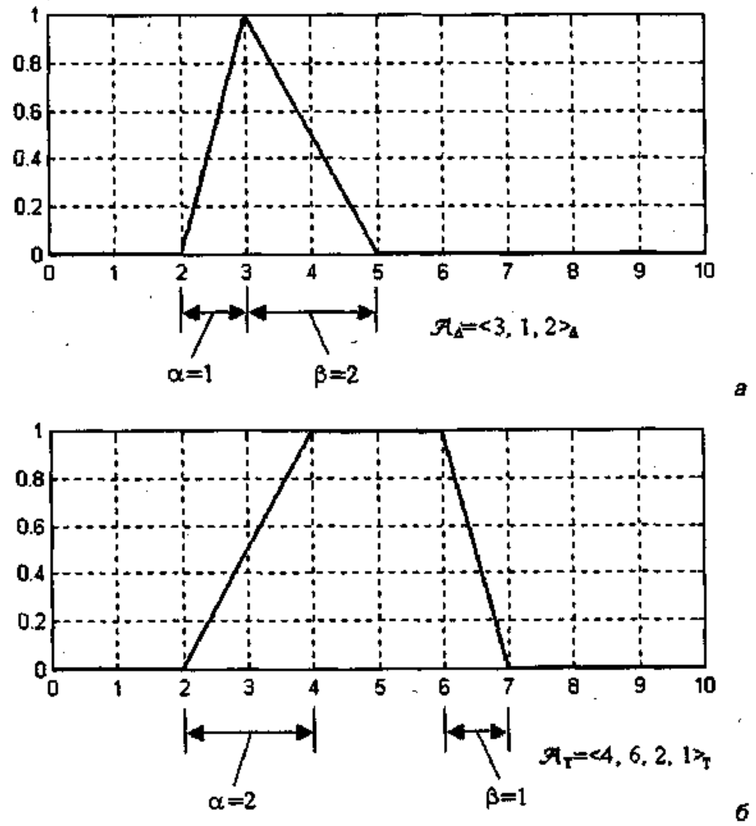

Рисунок 3 – Графическое представление ТНЧ $A_\Delta =< 3,1,2 >_\Delta$ (а) и ТНИ $A_T =< 4,6,2,1 >_T$ (б)

Пусть A_Δ и B_Δ – два произвольных треугольных нечетких числа, которые заданы параметрически в виде: $A_\Delta =< a_1, \alpha_1, \beta_1 >_\Delta$ и $B_\Delta =< a_2, \alpha_2, \beta_2 >_\Delta$.

Например, для конкретных ТНЧ $A_{\Delta} = <3,1,2>_{\Delta}$ и $B_{\Delta} = <2,2,1>_{\Delta}$ результаты арифметических операций равны: $A_{\Delta} + B_{\Delta} = <5,3,3>_{\Delta}$, $A_{\Delta} - B_{\Delta} = <1,2,4>_{\Delta}$, $A_{\Delta} \cdot B_{\Delta} = <6,7,8>_{\Delta}$, $A_{\Delta} \div B_{\Delta} = <1.5,1.25,2.5>_{\Delta}$. Графики результатов операций с этими ТНЧ изображены на рисунке 4 *(а–г)* соответственно.

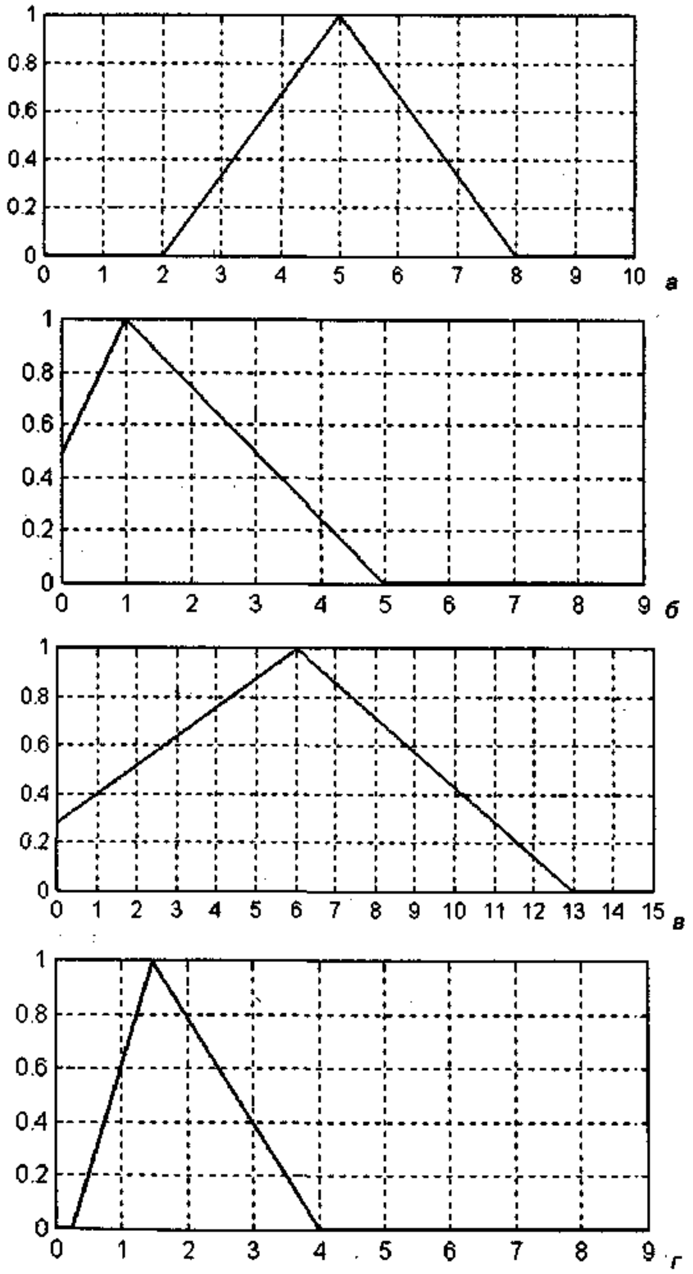

Рисунок 4 – Графики ТНЧ: *"нечеткая пятерка"* (а) и "нечеткая *единица"* (б), *"нечеткая шестерка"* (в) и *"нечеткая дробь 3/2"* (г), которые являются результатами выполнения операций сложения, вычитания, умножения и деления ТНЧ: *"нечеткая тройка"* и *"нечеткая двойка"* соответственно

Перейдем к рассмотрению операций с ТНИ. Пусть A_T и B_T – два произвольных трапециевидных нечетких интервала, которые заданы параметрически в виде: $\mathrm{A}_T =< a_1, b_1, \alpha_1, \beta_1 >_T$ и $\mathrm{B}_T =< a_2, b_2, \alpha_2, \beta_2 >_T$.

Сложение. Операция *сложения* ТНИ обозначается через $\mathrm{A}_T + \mathrm{B}_T = C_T =< a, b, \alpha, \beta >_T$, где параметры $a,\ b, \alpha$ и β результата определяются следующим образом:

$$a = a_1 + a_2,\ b = b_1 + b_2,\ \alpha = \alpha_1 + \alpha_2,\ \beta = \beta_1 + \beta_2. \tag{7}$$

Вычитание. Операция *вычитания* ТНИ обозначается через $\mathrm{A}_T - \mathrm{B}_T = C_T =< a, b, \alpha, \beta >_T$, где параметры $a,\ b, \alpha$ и β результата определяются следующим образом:

$$a = a_1 - a_2,\ b = b_1 - b_2,\ \alpha = \alpha_1 + \beta_2,\ \beta = \beta_1 + \alpha_2. \tag{8}$$

Умножение положительных ТНИ A_T и B_T, т. е. носители которых являются подмножествами $R+$, а все модальные значения положительные. Операция *умножения* таких ТНИ обозначается через $\mathrm{A}_T \cdot \mathrm{B}_T = C_T =< a, b, \alpha, \beta >_T$, где параметры $a,\ b, \alpha$ и β результата определяются следующим образом:

$$a = a_1 a_2,\ b = b_1 b_2,\ \alpha = a_1\alpha_2 + a_2\alpha_1,\ \beta = b_1\beta_2 + b_2\beta_1. \tag{9}$$

Деление положительных ТНИ A_T и B_T, т. е. носители которых являются подмножествами $R+$, а все модальные значения положительные. Операция *деления* таких ТНИ обозначается через $\mathrm{A}_T \div \mathrm{B}_T = C_T =< a, b, \alpha, \beta >_T$, где параметры $a,\ b, \alpha$ и β результата определяются следующим образом:

$$a = a_1 / a_2,\ b = b_1 / b_2,\ \alpha = (a_1\beta_2 + b_2\alpha_1)/b_2^2,\ \beta = (b_1\alpha_2 + a_2\beta_1)/a_2^2. \tag{10}$$

Например, рассмотрим два конкретных ТНИ: $\mathrm{A}_T =< 3,5,1,2 >_T$ и $\mathrm{B}_T =< 1,2,1,1 >_T$. Первый из них соответствует *"нечеткому интервалу от трех до пяти*", а второй – *"нечеткому интервалу от единицы до двух".* Тогда результат их сложения с использованием формул (7) равен ТНИ $\mathrm{A}_T + B_T =< 4,7,2,3 >_T$ и соответствует *"нечеткому интервалу от четырех до семи".* Результат вычитания из первого ТНИ второго ТНИ с использованием формул (8) равен ТНИ: $\mathrm{A}_T - B_T =< 2,3,2,3 >_T$ и соответствует *"нечеткому ин-*

тервалу от двух до трех". Графики соответствующих ТНИ представлены на рисунке 5.

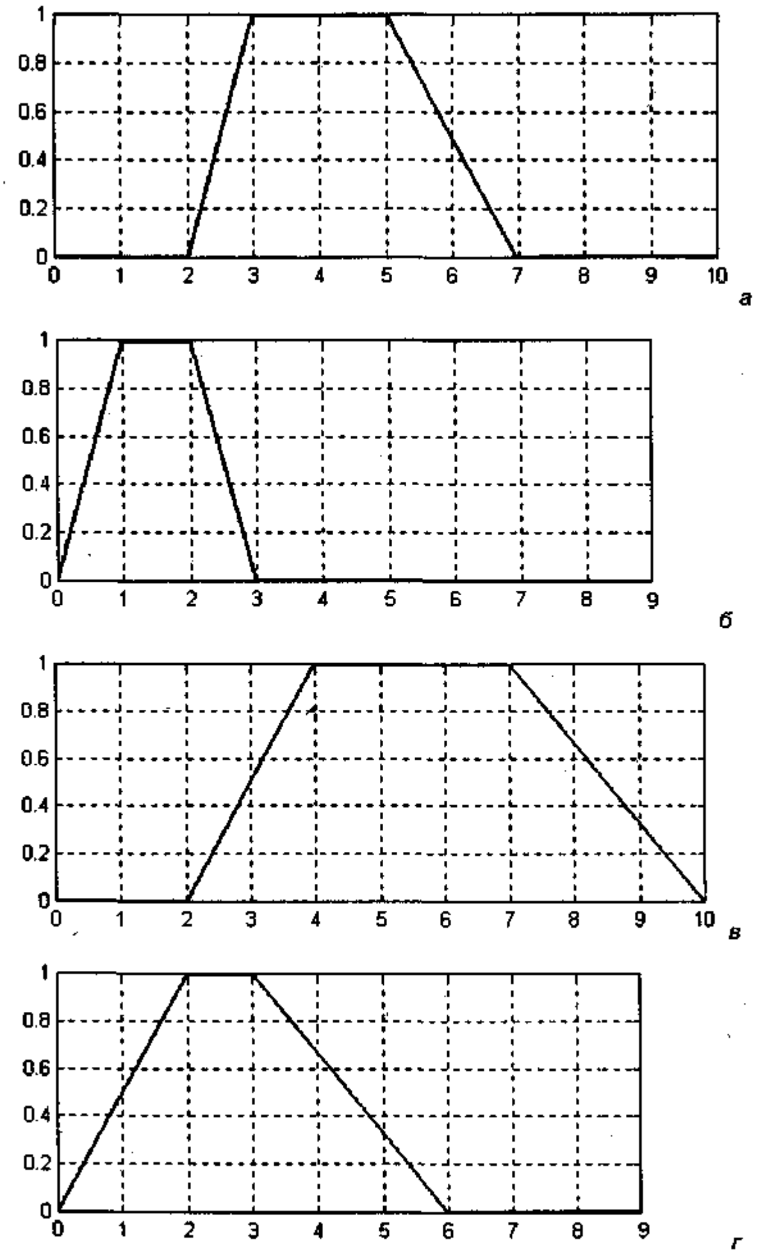

Рисунок 5 – Графики ТНИ: "нечеткий интервал от трех до пяти" (а), *"нечеткий интервал от единицы до двух"* (б), а также результат их сложения (в) и вычитания (г)

Для нас представляют интерес операции расширенного максимума и расширенного минимума ТНИ $A_T =< a_1, b_1, \alpha_1, \beta_1 >_T$ и $B_T =< a_2, b_2, \alpha_2, \beta_2 >_T$ (соответственно – ТНЧ), которые определяются следующим образом:

Расширенный максимум. Операция *расширенного максимума* ТНИ обозначается через $\max\{A_T, B_T\} = C_T =< a, b, \alpha, \beta >_T$, где параметры a, b, α и β результата определяются следующим образом:

$$a = \max\{a_1, a_2\},\ b = \max\{b_1, b_2\}, \qquad (11)$$

$$\alpha = a - \max\{a_1 - \alpha_1, a_2 - \alpha_2\},\ \beta = \max\{b_1 + \beta_1, b_2 + \beta_2\} - b$$

Расширенный минимум. Операция *расширенного минимума* ТНИ обозначается через $\min\{A_T, B_T\} = C_T =< a, b, \alpha, \beta >_T$, где параметры a, b, α и β результата определяются следующим образом:

$$a = \min\{a_1, a_2\},\ b = \min\{b_1, b_2\} \qquad (12)$$

$$\alpha = a - \min\{a_1 - \alpha_1, a_2 - \alpha_2\},\ \beta = \min\{b_1 + \beta_1, b_2 + \beta_2\} - b$$

Подводя итог этой лекции, заметим, что при решении практических задач нечеткого моделирования наиболее удобными оказываются ТНЧ и ТНИ. Именно они наиболее часто используются для представления входных и выходных переменных нечетких моделей систем управления, о которых пойдет речь далее.

18.4 Контрольные вопросы

1. Что такое нечеткая переменная?
2. Что такое лингвистическая переменная?
3. Что такое нечеткая величина?
4. Что такое нечеткий нуль?
5. Что такое треугольное нечеткое число?
6. Что такое трапециевидный нечеткий интервал?