

## 12 АНАЛИЗ РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

### 12.1 Переходные процессы в релейных системах управления

Релейные системы управления относятся к классу нелинейных систем, у которых единственная нелинейность сосредоточена в регуляторе, называемом релейным регулятором. Дифференциальное уравнение автоматической системы управления с релейным регулятором имеет вид

$$a_n x^{(n)} + a_{n-1} x^{(n-1)} + \dots + a_2 x'' + a_1 x' + a_0 x = F(x) \quad (12.1)$$

где  $F(x)$  — нелинейная функция  $x$ .

Релейные регуляторы (системы) подразделяются на позиционные ( $P_{II}$ -регуляторы) и регуляторы с постоянной скоростью исполнительного механизма ( $P_c$ -регуляторы). Позиционные регуляторы называют также регуляторами с релейным регулирующим органом. Их нелинейные статические характеристики  $F(x)$  приведены на рисунке 12.1.

Входной величиной служат либо отклонение регулируемой величины от заданного  $\varepsilon = x_0 - x$ , либо при неизменном  $x_0 = 0$  регулируемая величина  $x$  (с обратным знаком), отсчитываемая от ее заданного значения.

Выходной величиной является положение  $y$ . За нуль принимается среднее положение регулирующего органа, поэтому  $+C$  и  $-C$  соответствует полное открывание или закрывание регулирующего органа (в зависимости от конкретных условий и направления регулирующего воздействия положение регулирующего органа  $+C$ , как и  $-C$  может означать и полное открывание, и полное закрывание).

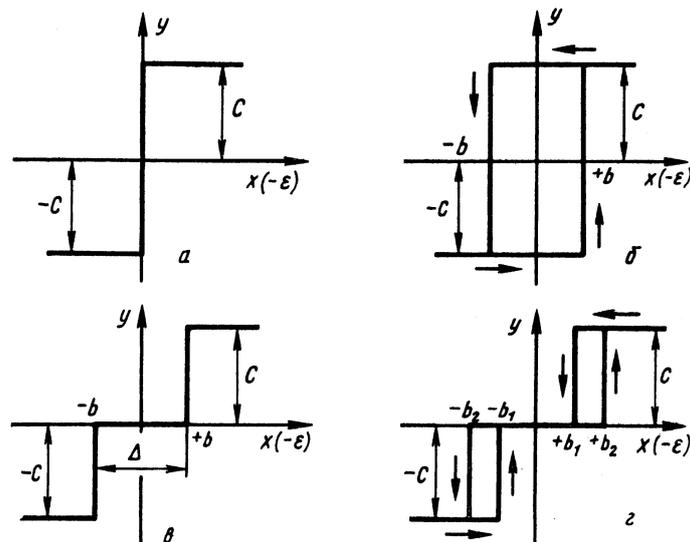


Рис. 12.1. Статические характеристики позиционных регуляторов:

а – двухпозиционная характеристика без зоны неоднозначности;

б - то же, с зоной неоднозначности; в – трехпозиционная характеристика без

зоны неоднозначности; г – то же, с зонами неоднозначности

На рисунке 12.2, а изображена статическая характеристика идеального двухпозиционного регулятора (регулирующий орган может занимать только две позиции - полностью открытое или полностью закрытое положение).

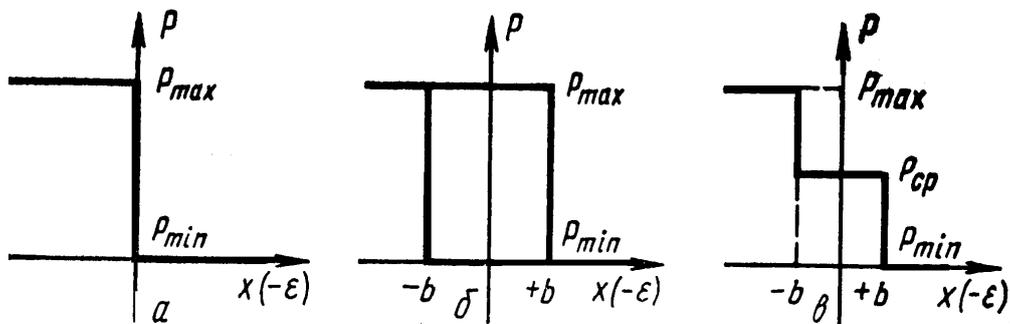


Рисунок 12.2 – Статические характеристики двухпозиционного (а и б) и трехпозиционного (в) регулятора температуры

Реальные двухпозиционные регуляторы имеют статическую характеристику (рисунок 12.2, б) с прямоугольной петлей гистерезиса шириной  $2b$ .

При движении системы в сторону увеличения  $x$  переход из одной позиции в другую происходит в точке  $+b$ , при обратном движении системы (в сторону уменьшения  $x$ ) переход происходит в точке  $-b$ . В двухпозиционных регу-

ляторах гистерезисная петля вводится преднамеренно, причем с возможностью изменения ее ширины, что позволяет оказывать влияние на параметры возникающих автоколебаний.

На рисунке 12.2, в изображена статическая характеристика трехпозиционного регулятора (регулирующий орган может занимать три позиции – полностью открытое, среднее и полностью закрытое положения). Значение  $x$  от  $-b$  до  $+b$  называется зоной нечувствительности  $\Delta = 2b$ . Могут встретиться трехпозиционные регуляторы и с неоднозначными характеристиками.

Переходный процесс в системах с кусочно-линейными статическими характеристиками, к которым относятся релейные автоматические системы управления, можно рассчитать методом припасовывания. Допустим, что  $F(x)$  имеет вид, соответствующий рисунку 12.1, в:

$$F(x) = \begin{cases} -C & \text{при } x \leq -b \\ 0 & \text{при } b > x > -b \\ +C & \text{при } x \geq +b \end{cases} \quad (12.2)$$

Тогда уравнение (12.2) при  $x < -b$  приобретает вид

$$a_n x^{(n)} + a_{n-1} x^{(n-1)} + \dots + a_1 x' + a_0 x = -C \quad (12.3)$$

и переходный процесс является решением этого линейного дифференциального уравнения до тех пор, пока  $x < -b$ .

При  $x > b$

$$a_n x^{(n)} + a_{n-1} x^{(n-1)} + \dots + a_1 x' + a_0 x = 0, \quad (12.4)$$

причем начальными условиями для решения этого уравнения будут результаты решения дифференциального уравнения (12.3), т. е. значения  $x$ ,  $x'$ ,  $x''$  и т. д. в момент, когда  $x = -b$ .

Таким же образом от уравнения (12.4) переходят к уравнению (12.5), когда в результате решения уравнения (12.4)  $x = +b$ :

$$a_n x^{(n)} + a_{n-1} x^{(n-1)} + \dots + a_1 x' + a_0 x = C. \quad (12.5)$$

Такое последовательное использование уравнений продолжается при дальнейшем исследовании переходного процесса.

Возможен переход от одного уравнения к другому и в обратном направлении, причем при каждом переходе начальными условиями для решения данного уравнения будут результаты решения предыдущего уравнения к моменту перехода.

## 12.2 Двухпозиционный регулятор температуры электрической печи

Рассмотрим переходные процессы в электрической печи при регулировании температуры различными позиционными регуляторами. При двухпозиционном управлении регулирующий орган (контактор) может занимать два положения: силовые контакты замкнуты – подается максимальная мощность  $P_{\max}$  и силовые контакты разомкнуты – подается минимальная мощность  $P_{\min} = 0$ . Если входной величиной релейного регулятора считать температуру  $x$ , отсчитываемую от заданного значения  $x_0$  [напоминаем, что в данном случае (при  $x_0 = 0$ )  $x$  имеет значение, равное отклонению  $\varepsilon$  и обратное ему по знаку, так как  $\varepsilon = x_0 - x$ ], а выходной величиной – подаваемую в печь мощность, то статические характеристики двухпозиционного регулятора имеют вид приведенных на рисунке 12.3.

В случае идеальной характеристики регулятора (рисунок 12.2, а) при разогреве печи ( $x < 0$ ) подается максимальная мощность  $P_{\max}$ , при достижении заданной температуры печи  $\theta_0$  ( $x = 0$ ) размыкаются силовые контакты и мощность не подается. В результате инерционности нагревателей и печи температура  $\theta$  после выключения мощности будет некоторое время увеличиваться выше заданного значения ( $x > 0$ ), а затем начнет уменьшаться.

Новое замыкание силовых контактов произойдет при уменьшении температуры печи до заданного значения  $\theta_0$  ( $x = 0$ ). Однако, несмотря на поступление мощности, температура печи по инерции некоторое время будет уменьшаться, а затем начнет увеличиваться. При новом достижении заданного значения температуры  $\theta_0$  произойдет снова выключение мощности. В результате в

печи устанавливаются незатухающие колебания температуры (автоколебания) вокруг заданного значения (рисунок 12.3).

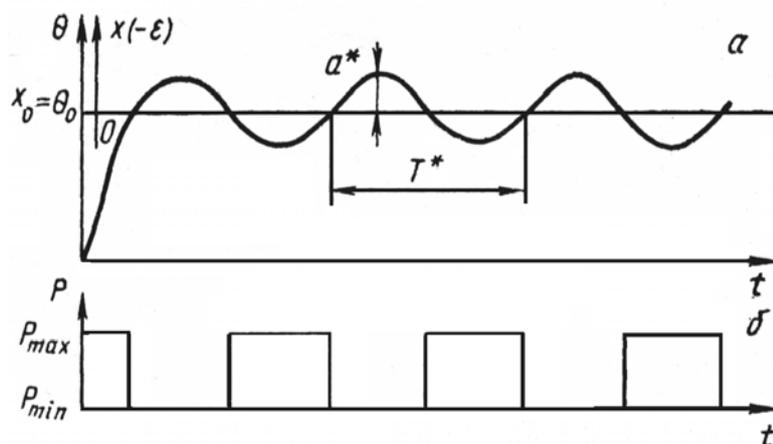


Рисунок 12.3 – Переходный процесс (а) и переключение мощности (б) при регулировании температуры в печи двухпозиционным регулятором без зоны неоднозначности

Если характеристики двухпозиционного регулятора имеет гистерезисную петлю то при разогреве печи (система движется в направлении увеличения  $x$ ) размыкание контактов произойдет не в точке, соответствующей достижению температурой заданного значения  $\theta_0$  (рисунок 12.4), а при более высокой температуре, соответствующей значению  $x = +b$ . В результате устанавливаются автоколебания температуры с большей амплитудой, чем в случае рисунка 12.3.

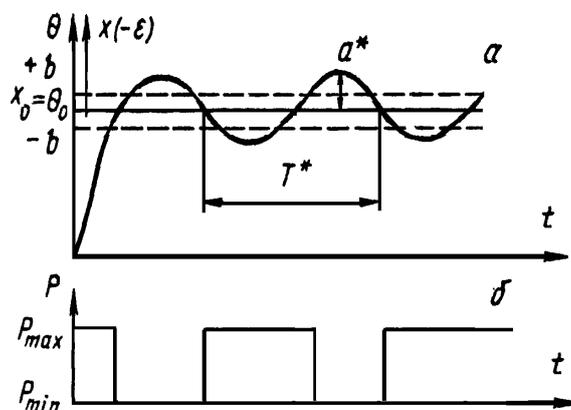


Рисунок 12.4 – Переходный процесс (а) и переключение мощности (б) при регулировании температуры в печи двухпозиционным регулятором с зоной неоднозначности

Вместе с тем из сравнения рисунков 12.3 и 12.4 видно, что период автоколебаний  $T^*$  увеличится и, следовательно, частота колебаний уменьшится. Амплитуда колебаний зависит от ширины гистерезисной петли и всегда больше  $b$ .

Таким образом, введение при двухпозиционных характеристиках гистерезисной петли и увеличение ее ширины приводят при прочих равных условиях (характеристики печи, подводимая мощность) к увеличению амплитуды и уменьшению частоты автоколебаний. Ширину гистерезисной петли можно использовать как настройку, позволяющую оказывать влияние на параметры автоколебаний.

Показанные на рисунках 12.3 и 12.4 автоколебания вокруг заданного значения регулируемой величины получаются только в случае симметричности режима работы, что для электрической печи означает равенство скоростей нагрева и охлаждения печи в районе заданного значения температуры. Если режим работы несимметричен, то автоколебания возникают вокруг средних значений регулируемой величины, отличных от заданного значения, т. е. появляется как бы статическая ошибка.

В рассматриваемом примере, если скорость нагрева печи будет выше скорости охлаждения, автоколебания установятся вокруг среднего значения температуры  $\theta_{cp} > \theta_0$ . Если, наоборот, скорость нагрева печи будет меньше скорости ее охлаждения, то  $\theta_{cp} < \theta_0$ .

### 12.3 Трёхпозиционный регулятор температуры электрической печи

При трехпозиционном регулировании температуры печи задается не одно ее значение, а зона заданного значения температуры  $\theta_0 + b > \theta > \theta_0 - b$ . Такое регулирование означает, что в зависимости от значения  $x$  подается максимальная мощность  $P_{max}$ , некоторая средняя мощность  $P_{cp}$  или минимальная мощность  $P_{min}$  (обычно равная нулю). Статическая трехпозиционная характеристика

для данного случая показана на рисунке 12.2, в. Когда температура печи ниже заданного предела ( $x \leq -b$ ), включены две секции электрического нагревателя и подается  $P_{\max}$ ; когда температура печи находится в пределах  $-b < x < +b$ , включена одна секция нагревателя и подается  $P_{cp}$ ; когда температура печи выше заданного предела ( $x \geq +b$ ), нагреватель выключен полностью и подается  $P_{\min} = 0$ .

Переходные процессы при трехпозиционном регулировании температуры печи показаны на рисунке 12.1. Возможны три различных режима.

В режиме I  $P_{cp} = P_n$ , где  $P_n$  – номинальная мощность, необходимая для поддержания температуры печи в заданных пределах:  $\theta_0 + b > \theta > \theta_0 - b$  ( $-b < x < +b$ ). В этих условиях при разогреве печи или после воздействия каких-то возмущений температура входит в заданные пределы без возникновения колебательного процесса. Она может остановиться на любом значении в пределах зоны нечувствительности (в заданных пределах); т. е. точность регулирования температуры составляет  $\pm b$  (статическая ошибка  $x_{cm} < b$ ).

В режиме II  $P_{cp} < P_n$ , т. е. подаваемая в средней позиции мощность недостаточна для поддержания температуры в заданных пределах (например, уменьшилось напряжение в питающей сети). Тогда температура печи будет уменьшаться (пунктирная линия на рисунке 12.5) и при достижении ею значения  $\theta_0 + b$  ( $x = -b$ ) произойдет переключение на  $P_{\max}$ . Система будет работать в двухпозиционном режиме при переключении мощности с  $P_{cp}$  на  $P_{\max}$  и обратно. В результате установятся автоколебания около нижней границы заданных пределов температуры.

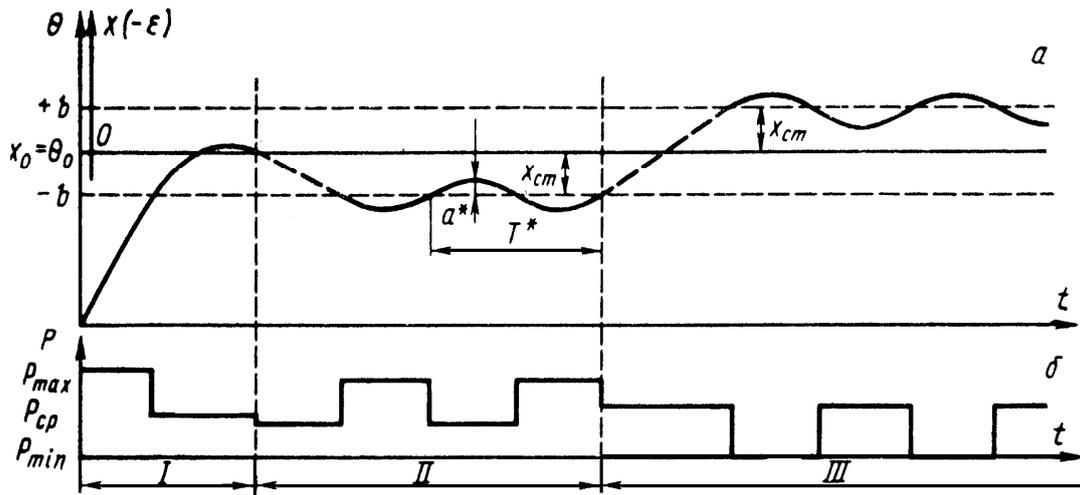


Рисунок 12.5 – Переходный процесс (а) и переключение мощности (б) при регулировании температуры в печи с трехпозиционным регулятором

Статическая ошибка  $x_{cm} = b$ . Под статической ошибкой здесь понимают отклонение температуры, вокруг которого устанавливаются автоколебания, от среднего заданного значения  $\theta_0$ .

В режиме III  $P_{cp} > P_n$ , т.е. подаваемая в средней позиции мощность превышает мощность, необходимую для поддержания температуры в заданных пределах (например, увеличилось напряжение в питающей сети). Тогда температура печи будет увеличиваться и в определенный момент достигнет значения  $\theta_0 + b(x = +b)$ , при котором произойдет отключение печи. Печь будет работать в двухпозиционном режиме регулирования при переключении с  $P_{cp}$  до  $P_{min}$  и обратно. Тогда автоколебания установятся вокруг верхней границы заданного предела температур.

Преимущества трехпозиционного регулирования перед двухпозиционным следующие:

- 1) неколебательный переходный процесс при  $P_{cp} = P_n$ ;
- 2) значения амплитуды и одновременно частоты автоколебаний меньше (при одинаковых характеристиках печи и максимальной мощности).

## 12.4 Релейный регулятор в приводах исполнительных механизмов.

Релейные регуляторы с постоянной скоростью исполнительного механизма ( $P_c$ -регуляторы) называют также регуляторами с релейным управлением привода регулирующего органа. Статические характеристики таких регуляторов приведены на рисунке 12.6.

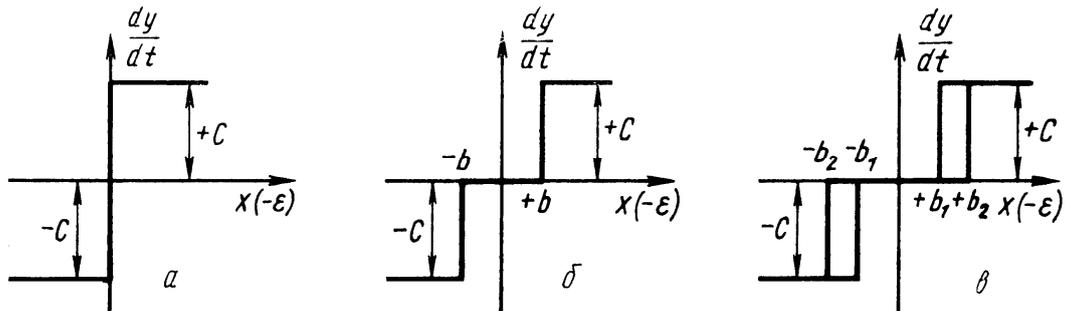


Рисунок 12.6 – Статические характеристики регуляторов с постоянной скоростью исполнительного механизма:

а – идеального; б – реального; в – реального с неоднозначной характеристикой

Входной величиной является отклонение регулируемой величины от ее заданного значения  $\varepsilon = x_0 - x$ . Регулируемая величина  $x$ , отсчитываемая от ее заданного значения  $x_0 = 0$ . Выходной величиной является скорость перемещения выходного вала исполнительного механизма или (что то же самое) скорость перемещения регулирующего органа  $dy/dt$ . Параметры  $+C$  и  $-C$  означают постоянную скорость исполнительного механизма, но с разным направлением перемещения. Например, «плюс» означает перемещение вала исполнительного механизма, приводящее к закрытию регулирующего органа, а «минус» – к открытию регулирующего органа.

Двухпозиционный режим  $P_c$ -регуляторов (см. рисунок 12.6, а) является по существу теоретическим приближением, не учитывающим зону нечувствительности. Реальные  $P_c$ -регуляторы имеют статическую характеристику, показанную на рисунке 12.6, б, с зоной нечувствительности. Двигатель исполнительного механизма не работает, когда отклонение находится в пределах зоны

нечувствительности  $-b < x < +b$ . Если более точно описывать характеристики реле, то следует учитывать и зоны неоднозначности (рисунок 12.6, в).

При использовании  $P_C$ -регулятора с характеристикой, приведенной на рисунке 12.6, а, в системе возникают незатухающие колебания (автоколебания) регулируемой величины вокруг заданного значения (рисунок 12.7), пунктирные линии.

Улучшение качества переходных процессов, в частности получение затухающего переходного процесса, обеспечивается введением отрицательных обратных связей, (выходная величина звена обратной связи  $x_{o.c.}$  вычитается из  $x$ ). Обратные связи вводятся либо жесткие с передаточной функцией усиленного звена  $W_{o.c.}(p) = k_{o.c.}$ , либо упругие с передаточной функцией дифференцирующего звена  $W_{o.c.}(p) = k_o p / (Tp + 1)$ .

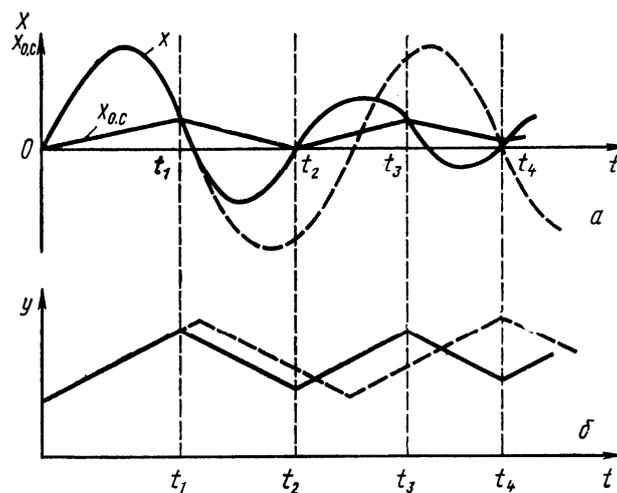


Рисунок 12.7 – Переходный процесс в системе регулирования при использовании регулятора с жесткой обратной связью (а) и изменение положения регулирующего органа в процессе регулирования (б)

Влияние жесткой обратной связи хорошо видно из рисунка 12.7. Без этой связи в системе с идеальной характеристикой (рисунок 12.6, а) устанавливаются незатухающие колебания регулируемой величины (пунктирная кривая на рисунке 12.7). При наличии обратной связи при работе исполнительного механизма изменяется и сигнал обратной связи  $x_{o.c.}$  по прямой линии. В момент

времени  $t_1$  достигается равенство  $x = x_{o.c.}$  (на входе нелинейного элемента сигнал равен нулю) и при дальнейшем уменьшении  $x$  происходит реверс двигателя исполнительного механизма. Этот реверс происходит раньше, чем при регуляторе без обратной связи. В результате значение  $x$  в отрицательном направлении уменьшается, и в итоге в системе возникает затухающий переходный процесс. При этом время между реверсами двигателя  $(t_2 - t_1), (t_3 - t_2)$ , в отрицательном направлении уменьшается, и в итоге в системе возникает затухающий переходный процесс. При этом время между реверсами двигателя  $(t_2 - t_1), (t_3 - t_2), (t_4 - t_3)$  также уменьшается. Так как реальные  $P_C$ -регуляторы всегда имеют зону нечувствительности, то переходный процесс закончится, когда  $x$  войдет в пределы зоны нечувствительности. Изменяя коэффициент обратной связи (угол наклона прямой  $x_{o.c.}$ ), можно менять характеристики переходного процесса, в частности параметры его затухания.

При работе  $P_C$ -регуляторов с обратной связью возможно возникновение в системе особого режима, принципиально отличающегося от показанного на рисунке 12.7 и называемого скользящим режимом. Покажем возможности его появления на примере  $P_C$ -регулятора со статической характеристикой (рисунок 12.6, в). Для простоты рассмотрим работу отдельного регулятора вне системы регулирования.

Допустим, что на входе регулятора  $x$  изменяется с постоянной скоростью (рисунок 12.8). Исполнительный механизм будет оставаться в покое до тех пор, пока  $x$  не достигнет значения  $+b_2$  в момент времени  $t_1$ . Двигатель включится; при этом будут изменяться положение регулирующего органа  $y$  и сигнал обратной связи  $x_{o.c.}$ . Если коэффициент передачи жесткой обратной связи достаточно велик, то  $x_{o.c.}$  будет изменяться с большей скоростью, чем  $x$ . В результате разность  $x - x_{o.c.}$  будет уменьшаться и достигнет в момент времени  $t_2$  значения  $+b$  — двигатель остановится. После этого в связи с ростом  $x$  разность  $x - x_{o.c.}$  при неизменном значении  $x_{o.c.}$  будет увеличиваться и в момент времени

$t_3$  достигнет значения  $+b_2$  – двигатель снова включится в этом же направлении. В результате возникнет режим работы, при котором двигатель после остановки включается не в противоположном (как на рисунке 12.7), а в том же направлении. Этот режим работы  $P_C$ -регулятора и называется скользящим. Необходимым условием возникновения скользящего режима является большая скорость нарастания сигнала обратной связи по сравнению со скоростью изменения  $x$ :  $dx_{o.c.}/dt > dx/dt$ . Аналогичный скользящий режим работы возникает и при использовании обратной связи в виде реального дифференцирующего звена.

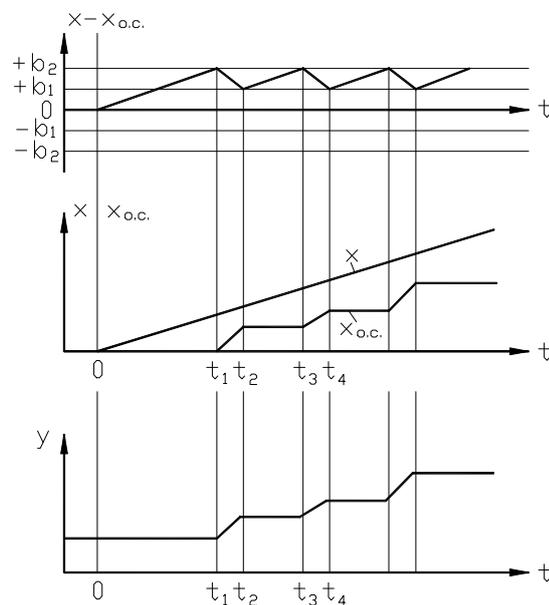


Рисунок 12.8 – Пояснение пульсирующего режима работы  $P_C$ -регулятора

При работе такого  $P_C$ -регулятора в замкнутой системе регулирования возникает затухающий переходный процесс. Причем с того момента, когда  $dx_{o.c.}/dt$  становится больше  $dx/dt$ , регулятора переходит в скользящий режим работы и система приходит к положению равновесия по апериодической кривой.

## 12.5 Контрольные вопросы

1. Какие бывают виды релейных систем?

2. Как осуществляется двухпозиционное управление?
3. От чего зависит период автоколебаний при двухпозиционном управлении?
4. Как осуществляется трехпозиционное управление?
5. Какие возможны режимы при трехпозиционном управлении?
6. Какие есть преимущества трехпозиционного регулирования перед двухпозиционным?
7. За счет чего можно улучшить качество переходных процессов при использовании  $P_C$ -регулятора?
8. Что такое скользящий режим?