

## 10 АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ-2

### 10.1 Формирование желаемой ЛАЧХ

Формирование желаемой ЛАЧХ по любой методике производится в три этапа: для низкого, среднего и высокочастотного диапазонов.

#### 10.1.1 Методика В.А. Бесекерского

Для построения низкочастотной части желаемой ЛАЧХ необходимо выбрать коэффициент усиления разомкнутой системы и первую постоянную времени  $T_1$  так, чтобы вложиться в величину допустимой максимальной ошибки  $e_{\max}$ . Формулы для определения параметров низкочастотной части желаемой ЛАЧХ типовых позиционных следящих систем приведены в таблице 1.

Для того, чтобы система имела нужную точность, можно построить запретную зону, в которую не должна попадать желаемая ЛАЧХ. На частоте воздействия  $\omega_k$   $L_k = 20\lg|W(j\omega_k)| = 20\lg\frac{U_{\max}}{e_{\max}}$ , так как для большинства практических случаев  $|W(j\omega_k)| \gg 1$ .

Таким образом на  $\omega_k$  откладывают величину  $20\lg\frac{U_{\max}}{e_{\max}}$  и через полученную точку А проводят две прямые с наклоном -20 дБ/дек и -40 дБ/дек (рисунок 10.1). Желаемая ЛАЧХ должна лежать не ниже полученной заштрихованной запретной области (обычно ее проводят на 3 дБ выше запретной зоны).

Таблица 1 – Параметры низкочастотной части желаемой ЛАЧХ типовых позиционных следящих систем

Вид входного сигнала	Тип системы		
	Статическая	Астатическая 1-го порядка	Астатическая 2го порядка
$u(t) = u_{ycm} = const$	$K_x = \frac{(u_{ycm} + \frac{M_C}{\beta i^2})}{e_{max}} - 1$	$K_V = \frac{M_C}{e_{max} \beta i^2}$	-
$u(t) = \Omega_{ycm} t$	-	$K_V = \frac{\Omega_{ycm} + \frac{M_C}{\beta i^2}}{e_{max}}$	-
$u(t) = a_{ycm} \frac{t^2}{2}$	-	-	$K_a = \frac{a_{ycm}}{e_{max}}$
$u(t) = U_{MAX} Sin \omega_k t$	$K_x = \frac{(\sqrt{2} U_{max} + \frac{M_C}{\beta i^2})}{e_{max}}$ $T_1 \leq \frac{1}{\omega_k}$	$K_V = \frac{\sqrt{2} \Omega_{max} + \frac{M_C}{\beta i^2}}{e_{max}}$ $T_1 \leq \frac{1}{\omega_k}$	$K_a = \frac{\sqrt{2} a_{max}}{e_{max}}$

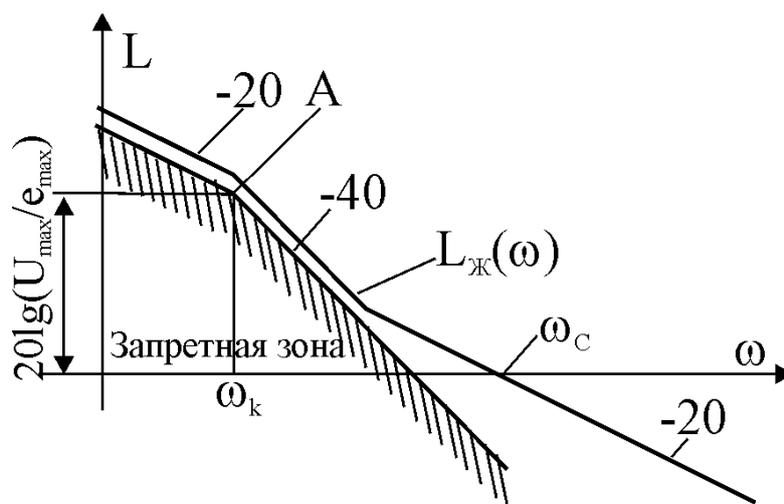


Рисунок 10.1 – Запретная зона для низкочастотной области ЛАЧХ

При построении среднечастотной части желаемой ЛАЧХ надо опреде-

лить постоянную времени  $T_2$  и сумму малых постоянных времени. Для их определения используют следующие формулы:

$$T_2 = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}} = \frac{1}{\omega_C} \frac{M}{M-1};$$

$$\sum_{i=3}^n T_i = \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1} = \frac{1}{\omega_C} \frac{M}{M+1}. \quad (10.1)$$

При использовании этого выражения следует учесть, что все малые постоянные времени могут быть сделаны, например, равными друг другу. Если

$$T_3 = T_4 = T_5,$$

то сумма  $\sum_{i=3}^n T_i = 3T_3$ . В этом случае желаемая ЛАЧХ после частоты среза переходит на сопряженной частоте  $1/T_3$  с наклона  $-20$  дБ/дек сразу, например, на  $-80$  дБ/дек, поэтому получим

$$T_3 = \frac{1}{3} \sum_{i=3}^n T_i. \quad (10.2)$$

Очень важно, чтобы сумма малых постоянных времени выбранной желаемой ЛАЧХ не превосходила величины, полученной по формуле (10.1). Для всех желаемых ЛАЧХ, приведенных в таблице 2, показатель колебательности

$$M = \frac{A_{\max}(\omega)}{A(\omega)|_{\omega \rightarrow 0}} = \frac{h+1}{h-1}, \text{ где } h = \frac{T_2}{\sum_{i=3}^n T_i}, \quad (10.3)$$

где  $A(\omega)$  – АЧХ замкнутой системы.

Связь между показателем колебательности  $M$  и другими качественными показателями для типовых желаемых ЛАЧХ приведена в лекции 9.

### 10.1.2 Методика В.В. Солодовникова

Для построения низкочастотной части желаемой ЛАЧХ необходимо, выбрать порядок астатизма и коэффициент усиления разомкнутой системы.

Для построения среднечастотной части желаемой ЛАЧХ надо восполь-

зоваться функциональной зависимостью перерегулирования  $\sigma\%$  и относительного времени переходного процесса  $\omega_C t_{nn}$  от величины максимального всплеска вещественной частотной характеристики (ВЧХ)  $P_{\max}$ , то есть графиками  $\sigma\% = f(P_{\max})$  и  $\omega_C t_{nn} = f(P_{\max})$  (рис. 11.6).

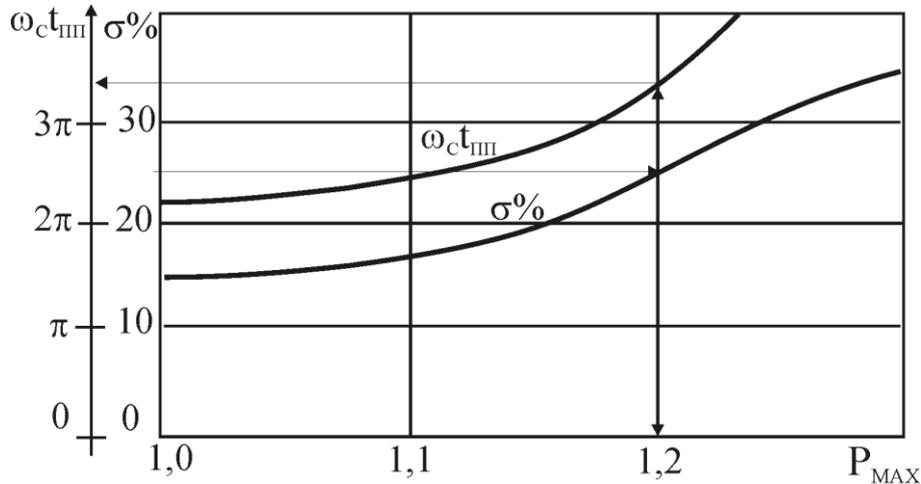


Рисунок 10.2 – Зависимость перерегулирования и относительного времени переходного процесса от максимального значения ВЧХ

Из этих графиков по заданному значению  $\sigma\%$  определяют  $P_{\max}$ , после чего определяют  $\omega_C t_{nn}$  и по  $t_{nn}$  частоту среза желаемой ЛАЧХ:

$$\omega_C = \frac{K\pi}{t_{nn}}. \quad (10.4)$$

Значение минимума ВЧХ принимаем равным

$$P_{\min} = 1 - P_{\max}. \quad (10.5)$$

Если, например, задано  $\sigma\% < 25\%$  и  $t_{nn} < 1\text{с}$ , то из рисунка 10.2 и уравнений (10.4) и (10.5) находим  $P_{\max} = 1,2$ ;  $P_{\min} = -0,2$ , а  $\omega_C = \frac{3,2\pi}{t_{nn}}$

Для того чтобы выполнялось условие  $P_{\max} > P(\omega) > P_{\min}$ , необходимо на диаграмме для  $P(\omega)$  (рисунок 10.3) построить запретную область в виде прямоугольника, стороны которого являются касательными к кривым с индексами  $P_{\min}$  и  $P_{\max}$ . По параметрам запретной зоны определяются требуемые запасы по модулю  $L_1$  и  $L_2$ , и фазе  $\Delta\varphi(\omega_1)$  и  $\Delta\varphi(\omega_2)$ .

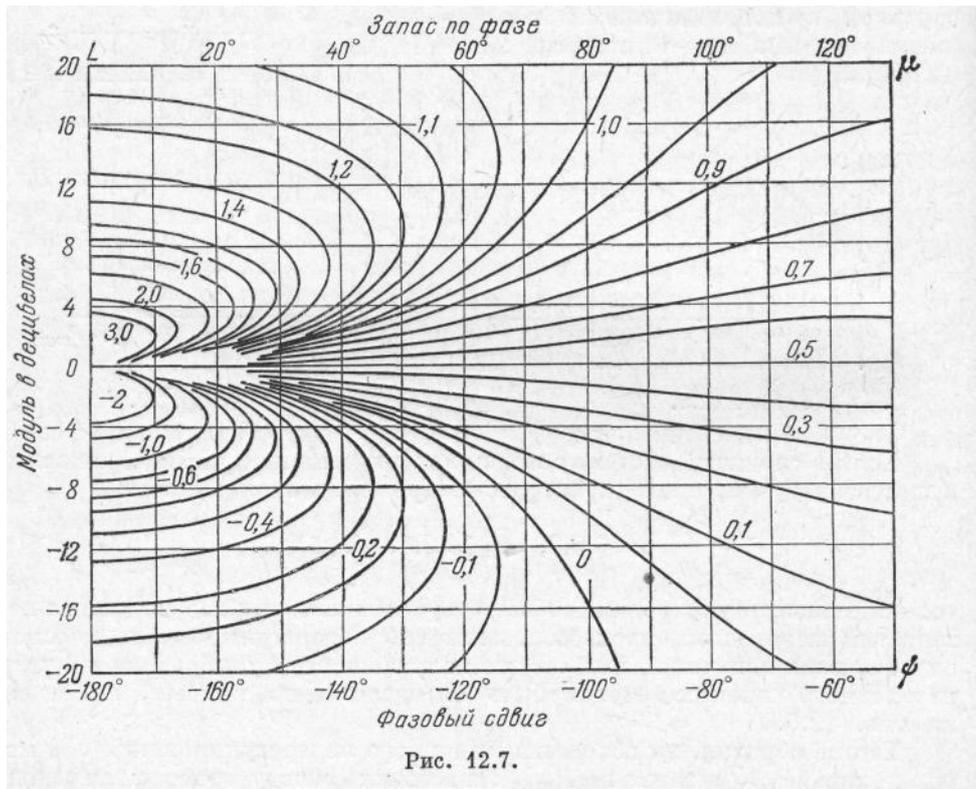


Рисунок 10.3 – Номограммы для определения запасов по модулю и фазы

Так при  $P_{\min} = -0,2$ ,  $P_{\max} = 1.2$  находим  $L_1 = L_2 = 15$  дБ,  $\Delta\varphi(\omega_1) = \Delta\varphi(\omega_2) = 45^\circ$ . Откладывая на оси частот полученную по уравнению (10.4) величину  $\omega_c$  для желаемой ЛАЧХ, проводим через эту точку прямую с наклоном  $-20$  дБ/дек. Протяженность этой прямой  $L$  охватывает диапазон частот, в котором выполняется условие  $L_1 > L(\omega) > L_2$ . Сопряжение среднечастотной части желаемой ЛАЧХ с низкочастотным и высокочастотным участками выполняются прямыми, наклоны которых минимально отличаются от соответствующих наклонов исходной ЛАЧХ. В этом случае корректирующие устройства получаются наиболее простыми.

Пример. Задана передаточная функция разомкнутой не скорректированной астатической следящей системы:

$$W_P(p) = \frac{K_P}{p(T_{TP}p + 1)(T_{Я}p + 1)(T_Mp + 1)}, \text{ч}$$

где  $T_{TP} = 0,02$  с – постоянная времени тиристорного регулятора,  $T_{Я} = 0,08$  с – электрическая постоянная времени двигателя,  $T_M = 0,14$  с – механическая постоянная времени двигателя,  $K_P = 1230 \text{с}^{-1}$  – коэффициент усиления разомкнутой системы.

Тогда

$$\omega_1 = \frac{1}{T_M} = \frac{1}{0,14} = 7,1c^{-1}; \quad \omega_2 = \frac{1}{T_J} = \frac{1}{0,08} = 12,6c^{-1}; \quad \omega_3 = \frac{1}{T_{TP}} = \frac{1}{0,02} = 51,3c^{-1} \quad ;$$

$$20\lg K_P = 20\lg(1230) \approx 61,8\deltaб .$$

Сформировать желаемую ЛАХ, если известно, что максимальная ошибка  $e_{\max}$  не должна превышать  $0,1^\circ$  при скорости вращения задающей оси  $\omega_{уст} = 36$  град/с. Момент сопротивления нагрузки  $M_c = 4 \cdot 10^4$  г·см, передаточное число редуктора  $i = 100$ , жесткость механических характеристик двигателя  $\beta = 0,4$  г·см·с/град, время переходного процесса  $t_n < 0,3$ с, перерегулирование  $\sigma\% < 20\%$ .

Решение.

1. Построим ЛАЧХ не скорректированной исходной системы. для чего на частоте  $\omega = 1$  отложим  $20\lg K_P = 61,8\deltaб$  и проведем через эту точку асимптоту с наклоном  $-20$  дБ/дек до первой сопряженной частоты  $\omega_1 = 7,1 c^{-1}$ , затем, начиная от этой частоты, прямую с наклоном  $-40$  дБ/дек до следующей частоты  $\omega_2 = 12,6 c^{-1}$ . На этой частоте наклон изменяется до  $-60$  дБ/дек и наконец на частоте  $\omega_3 = 51,3c^{-1}$  наклон изменяется до  $-80$  дБ/дек (см. рисунок 10.4).

2. Определим требуемый коэффициент усиления разомкнутой системы, обеспечивающий заданную точность в установившемся режиме:

$$K_V = \frac{\Omega_{\max} + \frac{M_C}{\beta i^2}}{e_{\max}} = \frac{(36 + \frac{40000}{0,4 \cdot 100^2})}{0,1} \approx 460c^{-1},$$

$$20\lg K_V = 20\lg(460) \approx 53,2\deltaб .$$

Таким образом, ЛАЧХ исходной системы имеет вид 1-2-3-4 (рисунок 10.4). Ее анализ показывает, что постоянной времени тиристорного регулятора можно пренебречь, поскольку она практически не оказывает влияния на частоту среза системы.

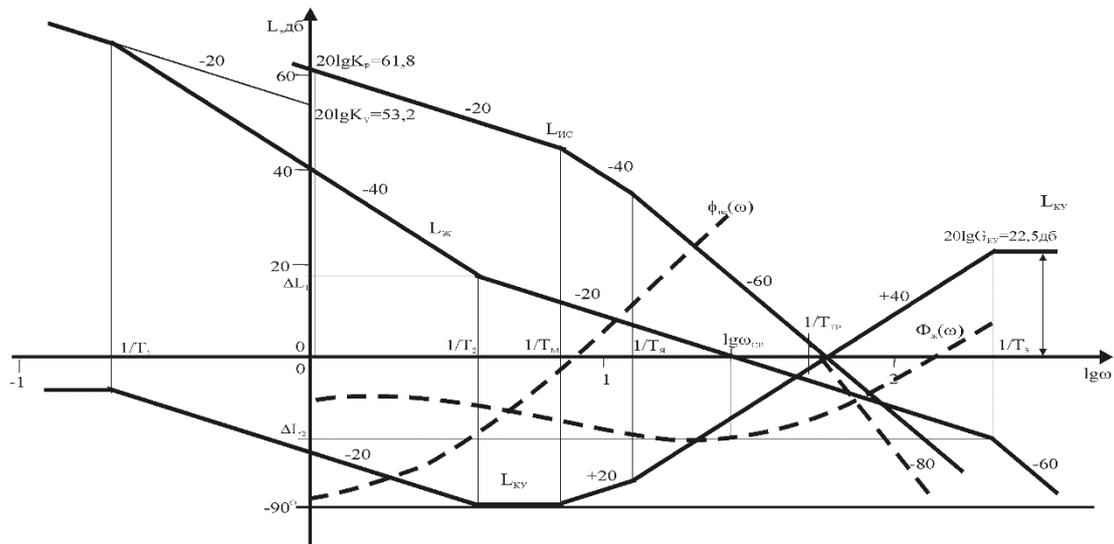


Рисунок 10.4 – ЛАЧХ проектируемой системы

### 3. Построим желаемую ЛАЧХ.

Вычислим значение частоты среза. Если,  $\sigma\% = 20\%$  и  $t_{nn} < 0,3$  с. то из рисунка 10.2 и уравнений (10.4) и (10.5) находим  $P_{max} = 1,15$ ;  $P_{min} = -0,15$ , а

$$\omega_{ср} = \frac{2,7\pi}{t_{nn}} = \frac{2,7\pi}{0,3} \approx 28,0 \text{ с}^{-1}.$$

Запас устойчивости определяем по монограмме рисунка 10.3 для  $P_{max} = 1,15$ ;  $P_{min} = -0,15$ :  $L_1$  18 дб,  $L_2$  -18 дб. Среднечастотный участок строится под наклоном -20 дб/дек и проходит через ноль на частоте среза системы  $\omega_{ср} = 28 \text{ с}^{-1}$ . На уровне значений запасов устойчивости определяем среднечастотный участок желаемой ЛАЧХ и соответствующие сопрягаемые частоты, в частности, для  $L_1$  18 дб получаем  $\omega_2 = 3,7 \text{ с}^{-1}$  и для  $L_2$  -18 дб получаем  $\omega_3 = 224 \text{ с}^{-1}$ . Для сопряжения с низкочастотной асимптотой выбираем наклон -40 дб/дек. Точка ее пересечения с низкочастотной асимптотой исходной ЛАЧХ получается на частоте  $\omega_1 = 0,21 \text{ с}^{-1}$ . В высокочастотной области, исходя из обеспечения максимальной простоты корректирующих устройств и учитывая принятые упрощения системы, выбираем асимптоту с наклоном -60 дб/дек параллельную высокочастотной асимптоте исходной ЛАЧХ. В этом случае передаточная функция разомкнутой скорректированной системы примет вид

$$W_{Ж}(p) = \frac{K_V(T_2 p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_3' p + 1)^2} = \frac{460(0,27 p + 1)}{p(4,9 p + 1)(0,0045 p + 1)^2}.$$

Полученная передаточная функция скорректированной системы обеспечивает заданные показатели качества процесса регулирования. Для проверки запасов устойчивости необходимо построить ФЧХ

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}(\omega T_2) - \operatorname{arctg}(\omega T_1) - 2\operatorname{arctg}(\omega T_3)$$

Анализ ФЧХ показывает, что скорректированная система устойчива и имеет, следующие запасы по амплитуде  $\Delta L=16$  дБ, по фазе  $\Delta\varphi=45^\circ$ .

Задача выбора корректирующих устройств по заданной желаемой ЛАЧХ не решается однозначно и во многом является творческой, поскольку одни и те же ЛАЧХ могут быть обеспечены различными корректирующими устройствами. Однако с практической точки зрения системы с различными корректирующими устройствами, обеспечивающими одинаковую ЛАЧХ, имеют различную чувствительность к внутренним сигналам помех и нелинейностям элементов, а также к отклонениям ее параметров.

Наиболее просто определяются структура и параметры передаточной функции последовательно включенного корректирующего устройства.

Его передаточная функция может быть найдена графически как результат вычитания исходной ЛАЧХ из желаемой или по формулам

$$L_{KY}(\omega) = L_{Ж}(\omega) - L_{И}(\omega); W_{KY}(p) = \frac{W_{Ж}(p)}{W_{И}(p)}. \quad (10.6)$$

Для рассмотренного выше примера без учета принятых упрощений передаточная функция корректирующего устройства примет вид

$$W_{KY}(p) = \frac{K_{KY}(T_2 p + 1)(T_M p + 1)(T_Я p + 1)(T_{TP} p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_3' p + 1)^3}.$$

$$K_{KY} = \frac{K_{Ж}}{K_{И}} = \frac{460}{1260} = 0,37.$$

После того, как получена ЛАЧХ и определена передаточная функция корректирующего устройства, следует перейти к выбору ее технического ана-

лога. При этом следует помнить, что передаточные функции корректирующих устройств получены при допущении, что выходное сопротивление источника сигнала много меньше входного сопротивления корректирующей цепи, а входное сопротивление усилительного устройства много больше выходного сопротивления корректирующей цепи. Это обстоятельство следует учитывать при согласовании корректирующего устройства с входной и выходной цепями элементов системы, между которыми располагается корректирующее устройство. Возвращаясь, к примеру, видим, что ЛАЧХ корректирующего устройства при некотором упрощении может быть представлена совокупностью интегрирующих и дифференцирующих звеньев, пример технической реализации которых достаточно хорошо известны.

## 10.2 Инвариантность и чувствительность систем управления

При синтезе автоматических систем регулирования задаются определенными показателями качества регулирования, исходя из технологических особенностей процесса, определяют структуру (выбирают закон регулирования) и рассчитывают параметры системы (коэффициенты, входящие в закон регулирования), обеспечивающие получение переходного процесса заданного качества. Например, возможен расчет параметров систем для получения переходного процесса с заданным значением степени колебательности системы  $m$  (обычно в пределах 0,25-0,4) по так называемым расширенным частотным характеристикам. Расширенная АФХ  $W(m, j\omega)$  получается из передаточной функции  $W(p)$  при подстановке  $p = (j-m)\omega$ .

В соответствии с критерием Найквиста для системы находящейся на границе устойчивости справедливы соотношения:

$$W_p(j\omega) = -1 \text{ или } W_p(m, j\omega) = -1. \quad (10.7)$$

Если в выражение  $W(p)$  входят два параметра системы (А и В), то справедливо соотношение

$$W_p(m, j\omega, A, B) = \operatorname{Re}(m, j\omega, A, B) + j \operatorname{Im}(m, j\omega, A, B) = -1. \quad (10.8)$$

Уравнение (10.8) распадается на два параметрических уравнения, определяющих линию равного  $m$  в плоскости параметров  $A$  и  $B$ :

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(m, j\omega, A, B) + 1 = 0 \\ \operatorname{Im}(m, j\omega, A, B) = 0 \end{cases}. \quad (10.9)$$

Пусть параметрами  $A$  и  $B$  являются коэффициентами уравнения ПИ-регулятора  $k_p$  и  $T_i$ , передаточная функция которого имеет вид

$$W(p) = \frac{k_p(T_u p + 1)}{T_u p}.$$

Тогда в плоскости с соответствующими координатами по уравнениям (10.9) может быть построена линия равного  $m$ . Каждая точка связывает значения  $k_p$  и  $T_i$ , обеспечивающие одинаковое затухание переходного процесса. Вместе с тем частота затухающих колебаний будет своя для каждой точки кривой. Для выбора оптимальных настроек регулятора можно использовать минимизацию интегрального квадратичного критерия качества. Тогда из всех точек кривой выбирают одну со значениями  $k_{\text{порт}}$  и  $T_{\text{порт}}$ , обеспечивающими получение переходного процесса при заданном значении  $m$  с минимальным значением  $I^2$ .

Существуют также методы расчета систем по заданным значениям запаса устойчивости, показателя колебательности  $M$  и др. Однако все эти методы предназначены для упрощенных расчетов без применения ЭВМ. В настоящее время, безусловно, наиболее целесообразен оптимальный расчет систем регулирования, включающий выбор оптимального закона регулирования и оптимальных параметров этого закона. В качестве критерия оптимальности может служить тот же интегральный квадратичный критерий качества  $I^2$ . Такой оптимальный расчет систем производится с помощью ЭВМ и применяется для выбора закона регулирования и параметров этого закона, обеспечивающих минимум интегрального критерия качества.

Качество процессов регулирования может быть улучшено путем применения более сложного закона регулирования (например, ПИ- вместо И-закона, ПИД-вместо ПИ-закона) и расчета параметров закона регулирования (настроек

регулятора), обеспечивающих заданные или оптимальные характеристики переходного процесса.

В статических системах стабилизации с П- и ПД-регуляторами точность может быть повышена путем увеличения коэффициента передачи разомкнутой системы (коэффициента передачи регулятора). Введение в закон регулирования интегральной составляющей (пропорционально интегралу отклонения) позволяет получить регулирование без статической ошибки. Качество переходного процесса в динамике может быть дополнительно улучшено введением в закон регулирования дифференциальной составляющей (пропорционально производной отклонения).

Однако в некоторых случаях усложнением закона регулирования по основному контуру и расчетам соответствующих коэффициентов закона регулирования невозможно добиться требуемого качества переходных процессов. Тогда приходится применять дополнительные меры улучшения процесса, из которых наиболее широкое применение нашли: введение корректирующих звеньев, введение дополнительных контуров регулирования, применение компенсации возмущений.

### 10.3 Контрольные вопросы

1. Сколько этапов у любой методики формирования желаемой ЛАЧХ?
2. В чем заключается методика В.А. Бесекерского?
3. В чем заключается методика В.В. Солодовникова?
4. За счет чего может быть улучшено качество процессов регулирования?