1 ПОНЯТИЯ МОДЕЛИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ. КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ

Задачи, которые решает человек в своей образовательной, научно-исследовательской и профессиональной деятельности, делятся на две категории – вычислительные и функциональные. Цель вычислительных задач – расчет параметров, характеристик, обработка данных. Функциональные задачи требуют решения при реализации функций управления, проектирования. Это, например, управление деятельностью торгового предприятия, планирование выпуска продукции, управление перевозкой грузов и т.п.

Процесс решения задачи средствами моделирования отображает схема, показанная на рисунке 1.2. Под реальным объектом подразумевается исследуемый объект (система, явление, процесс). Модель – это материальный или воображаемый объект, который в процессе познания замещает реальный объект, сохраняя при этом его существенные свойства. Моделирование – это процесс исследования реального объекта с помощью модели. Исходный объект называется при этом прототипом или оригиналом.

Рисунок 1.2. – Схема процедуры решения задачи посредством моделирования

Моделировать можно не только материальные объекты, но и процессы. Например, конструкторы используют аэродинамическую трубу для воспроизведения на земле условий полета самолета. В дальнейшем термин «объект моделирования» будем понимать в широком смысле: это может быть как некоторый вещественный объект (предмет, система), так и реальный процесс.

Модель повторяет не все свойства реального объекта, а только те, которые требуются для ее будущего применения. Поэтому важнейшим понятием в моделировании является понятие цели. Цель моделирования – это назначение будущей модели. Цель определяет те свойства объекта-оригинала, которые должны быть воспроизведены в модели. Иначе говоря, модель – это упрощенное подобие реального объекта, который отражает существенные особенности (свойства) изучаемого реального объекта, отвечающие цели моделирования.

К построению модели прибегают в тех случаях, когда использование объекта-оригинала по каким-либо причинам затруднено или невозможно. Такими причинами могут быть, например:

– слишком большой (Солнечная система) или слишком маленький размер объекта (молекула или атом);

– моделируемый процесс протекает слишком быстро (сгорание топлива в двигателе внутреннего сгорания) или слишком медленно (процесс возникновения жизни на Земле);

– исследование объекта может оказаться опасным для окружающих (атомный взрыв);

– объект-оригинал может быть разрушен в процессе исследования (исследование прочностных характеристик конструкции самолета).

Для одного и того же объекта можно создать множество различных моделей. Какую модель выбрать – зависит от цели моделирования, определяемой в соответствии с решаемой задачей. С другой стороны, одна и та же модель может представлять разные объекты. Например, математические модели процесса распространения инфекционной болезни и процесса радиоактивного распада являются одинаковыми с точки зрения их математического описания.

Существует ряд общих требований к свойствам, которым должны удовлетворять модели:

– адекватность – достаточно точное отображение свойств объекта;

– конечность – модель отображает оригинал лишь в конечном числе его отношений и свойств;

– полнота (информативность) – предоставление исследователю всей необходимой информации об объекте в рамках гипотез, принятых при построении модели;

– упрощенность – модель отображает только существенные стороны объекта;

– гибкость – возможность воспроизведения различных ситуаций во всем диапазоне изменения условий и параметров;

– приемлемая для имеющегося времени и программных средств трудоемкость разработки модели.

1.1 Классификация моделей

Классификация – это разделение объектов на группы, имеющие один или несколько общих признаков. В зависимости от признака классификации одни и те же модели могут быть отнесены к разным классам.

Классификация по области использования модели представлена на рисунке 1.3.

Рисунок 1.3 – Классификация моделей по области использования

Учебные модели – наглядные пособия, тренажеры, обучающие программы.

Игровые модели – это экономические, военные, деловые игры. Они репетируют поведение объекта в различных ситуациях.

Исследовательские модели создаются для исследования процессов или явлений, например, стенды для проверки электронной аппаратуры.

Опытные модели – это уменьшенные или увеличенные копии объектов. Их используют для исследования объекта и прогнозирования его будущих характеристик (например, опытная модель проектируемого автомобиля).

Имитационные модели имитируют реальность, при этом, как правило, эксперимент многократно повторяется.

Классификация по отрасли представленных в модели знаний разделяет все модели на физические, биологические, социальные, экономические и т.д.

1.1.1 Классификация по способу представления модели

Отразить в модели признаки оригинала можно разными способами. Можно скопировать признаки, построив натурную (материальную) модель. Примерами натурных моделей являются макеты и муляжи – уменьшенные или увеличенные копии, воспроизводящие либо внешний вид объекта (например, глобус), либо его структуру (например, модель Солнечной системы), либо поведение (например, радиоуправляемая модель автомобиля).

Можно построить модель объекта, описав его свойства на одном из языков кодирования информации – дать словесное описание, привести формулу, чертеж, рисунок. Такая модель называется информационной моделью. Замена реального объекта его формальным описанием, т. е. его информационной моделью, называется формализацией. Существуют разные формы представления информационных моделей: словесные (вербальные), графические, математические, табличные и др. (рисунок 1.4).

Вербальная модель – информационная модель в мысленной или разговорной форме.

Знаковая модель – информационная модель, выраженная знаками, т. е. средствами любого формального языка.

Математическая модель – модель, представленная с помощью математических формул.

Логическая модель – это модель, в которой представлены различные варианты выбора действий на основе умозаключений и анализа условий.

Специальные модели – это, например, химические формулы, ноты и т. д.

Рисунок 1.4. – Классификация моделей по способу представления

Геометрическая модель – модель, представленная с помощью графических форм (граф, блок-схема алгоритма решения задачи, диаграмма).

Граф – это множество вершин и множество ребер, соединяющих между собой все или часть этих вершин. На рисунке 1.5, а показана геометрическая модель в виде графа, представляющая схему дорог, соединяющих населенные пункты. Вершины графа – это населенные пункты, ребра – дороги. Построенная модель позволяет, например, ответить на вопрос: через какие населенные пункты нужно проехать, чтобы добраться из пункта A в пункт B. Однако, эта модель не позволяет ответить на вопрос, сколько составит расстояние от одного населенного пункта до другого. На этот вопрос можно ответить с помощью модели в виде взвешенного графа, каждое ребро которого отмечено числом, равным по значению расстоянию между соответствующими населенными пунктами (рисунок 15, б).

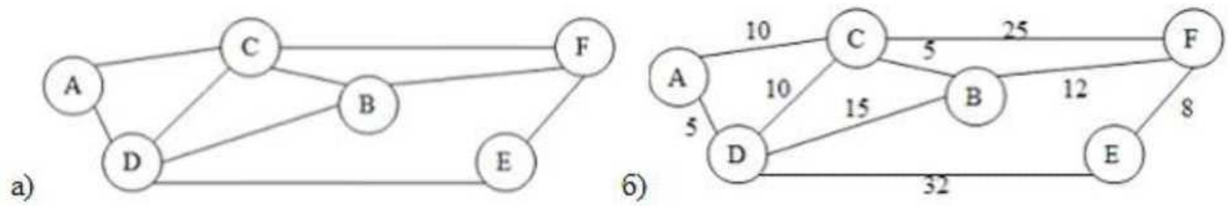

Рисунок 1.5 – Модель в виде графа

Табличная модель – это информация о моделируемом объекте, структурированная в виде таблицы. Различают следующие типы табличных моделей:

– таблица типа «объект-свойство» в одной строке содержит информацию об одном объекте в виде заданного набора его свойств:

ФИО студента	Номер зачетки	Направление подготовки	Шифр группы	Военнообязанный (да/нет)
Андреев А.В.	100050	080100.62	Экб-101	да
Борисов Е.В.	100121	080200.62	Менб-102	нет
…	…			

– таблица типа «объект-объект» отражает взаимосвязи между разными объектами по какому-либо свойству (связь между объектами Студент и Экзамен через свойство Оценка за экзамен):

Экзамен / Студент	Информатика	История	Математика	Иностранный язык	Физика
Иванов А.А.	5	4	-	5	-
Борисов Е.И.	4	5	3	-	-
Гаврилов П.П.	-	-	4	3	4
…	…	…	…	…	…

– таблица типа «двоичная матрица» является частным случаем таблицы «объект-объект» и отражает наличие или отсутствие связи между объектами (1 – связь присутствует, 0 - отсутствует). Далее показана табличная модель типа «двоичная матрица», соответствующая графу на рисунке 1.5, а.

Населенный пункт	A	B	C	D	E	F
A	1	0	1	1	0	0
B	0	1	1	1	0	1
C	1	1	1	1	0	1
D	1	1	1	1	1	0
E	0	0	0	1	1	1
F	0	1	1	0	1	1

1.1.2 Классификация по характеру отображаемых свойств объекта моделирования

По характеру отображаемых свойств выделяют два типа моделей:

– структурные – отражают структуру (устройство) моделируемого объекта, существенные для целей исследования свойства и взаимосвязи компонентов этого объекта;

– функциональные – отражают внешне воспринимаемое поведение (функционирование) объекта.

Функциональные модели часто строятся как модели черного ящика. В такой модели задаются только входные и выходные связи моделируемого объекта со средой (рисунок 1.6). Название «черный ящик» образно подчеркивает отсутствие сведений о внутреннем содержании объекта.

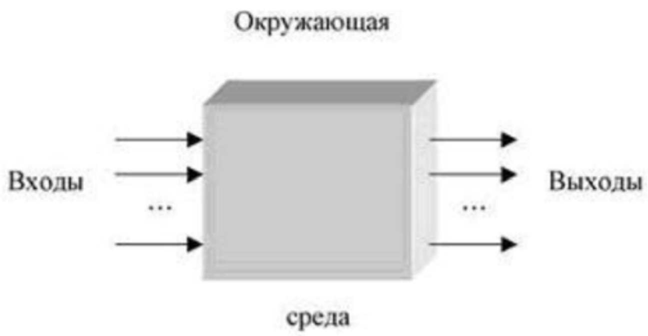

Рисунок 1.6 – Модель «черного ящика»

Наряду с моделью черного ящика по степени информированности исследователя о моделируемом объекте, выделяют еще два вида моделей:

– «белый ящик» – известно все о внутреннем содержании объекта;

– «серый ящик» – известна структура объекта, неизвестны количественные значения параметров.

1.1.3 Классификация с учетом фактора времени

С учетом фактора времени модели можно разделить на два класса:

– статические модели – это одномоментный срез информации по объекту;

– динамические модели позволяют увидеть изменение объекта во времени.

Например, медицинская карта состояния здоровья пациента в поликлинике отражает изменение состояния здоровья человека за некоторый период времени (динамическая модель), а медицинское обследование при поступлении на работу дает картину состояния здоровья на данный момент времени (статическая модель).

Классификация по характеру изменения модели во времени охватывает динамические модели и выделяет два типа моделей:

– непрерывные – изменяют свое состояние во времени за сколь угодно малое приращение времени;

– дискретные – изменяют свое состояние во времени дискретно, через определенный временной интервал.

Классификация по признаку причинной обусловленности выполняется в зависимости от возможности или невозможности учета в рассматриваемой модели одного или нескольких случайных факторов, при этом выделяют два вида моделей:

– детерминированные – модели, в которых все воздействия и факторы определены и известны заранее;

– стохастические (вероятностные) – модели, в которых хотя бы один из факторов носит случайный характер.

По способу реализации информационные модели делятся на компьютерные и некомпьютерные. Компьютерная модель – модель, реализованная с помощью программных средств на компьютере. Программное обеспечение, средствами которого может осуществляться компьютерное моделирование, может быть как универсальным (например, текстовые или табличные процессоры), так и специализированным, предназначенным лишь для определенного вида моделирования.

1.2 Компьютерное математическое моделирование

Математическое моделирование не связано напрямую с компьютером. Аналитические решения (математические формулы, выражающие зависимость результата от исходных данных) удобнее и информативнее численных решений. Аналитическая модель – математическая модель, представляющая собой совокупность аналитических выражений и зависимостей, позволяющих оценивать те или иные свойства моделируемого объекта.

Аналитические модели позволяют быстро и точно объяснить процессы, происходящие в системах и предсказать их возможное поведение в различных условиях. Однако возможности аналитических методов решения сложных математических задач весьма ограничены, поэтому исследователи часто прибегают к построению моделей, основанных на численных методах решения математических задач. При этом получаемые решения являются приближенными, допускающими некоторую заранее заданную погрешность.

1.2.1 Этапы математического моделирования

Построение математической модели начинается с описания исходных данных и результатов. Затем на основании изучения реальной системы устанавливают виды взаимосвязи между исходными данными и результатами. Формальная запись этих зависимостей дает математическую модель. Рассмотрим этапы компьютерного математического моделирования, включающего численный эксперимент с моделью.

Определение целей моделирования – первый этап математического моделирования. Основные цели моделирования:

– понять, как устроен конкретный объект, какова его структура, основные свойства, законы развития и взаимодействия с окружающим миром;

– научиться управлять объектом;

– прогнозировать последствия тех или иных способов и форм воздействия на объект.

Вторым этапом моделирования является ранжирование параметров – разделение входных параметров по степени важности их влияния на результаты моделирования.

Третий этап – выбор математического описания. На этом этапе необходимо перейти от абстрактной формулировки модели к математическому описанию в виде уравнения, системы уравнений, системы неравенств и т. д.

Выбор метода исследования – следующий необходимый этап. Если выбранный метод использует компьютер, то необходимо подобрать программное средство из числа имеющихся или разработать соответствующую программу на одном из доступных языков программирования.

Проведение исследования – выполнение эксперимента с моделью (изменение входных данных с последующей фиксацией значений на выходе модели, изменение параметров в описании модели и т. д.).

На этапе анализа результатов выясняется, соответствует ли модель реальному объекту или процессу. Модель адекватна реальному процессу, если изучаемые характеристики процесса, полученные в ходе моделирования, совпадают с заданной степенью точности с экспериментальными. В случае несоответствия модели реальному процессу возвращаются к одному из предыдущих этапов.

1.2.2 Типы математических моделей

С точки зрения целей моделирования можно выделить следующие типы математических моделей: описательные, оптимизационные, игровые, имитационные.

Описательные математические модели используются для описания объекта моделирования с помощью математических формул. Такое описание позволяет применить для исследования модели математические методы. Например, в решении экономических задач широко используются матричные математические модели, для исследования которых применяются методы линейной алгебры.

Пример 1.1. Предприятие производит n типов продукции, используя m видов ресурсов. Нормы затрат i-го ресурса ($i=1,2,...,m$) на производство единицы продукции j-го типа ($j=1,2,...,n$) заданы матрицей затрат $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & ... & a_{2n} \\ ... & ... & ... & ... \\ a_{m1} & a_{m2} & ... & a_{mn} \end{pmatrix}$, где a_{ij} – количество i-го ресурса, затраченное на производство единицы продукции j-го типа. Пусть за определённый отрезок времени предприятие выпустило количество продукции каждого типа x_i (

$i = 1,2,...,n$). Представим выпуск продукции с помощью вектора-столбца

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ ... \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Построенная описательная математическая модель производства продукции позволит решать вычислительные задачи. Например, можно определить полные затраты ресурсов каждого вида s_i ($i = 1,2,...,m$) на производство всей продукции за данный период времени как произведение матрицы A на вектор-столбец X, т. е.

$$S = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ ... \\ s_m \end{pmatrix} = A \times X = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & ... & a_{2n} \\ ... & ... & ... & ... \\ a_{m1} & a_{m2} & ... & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ ... \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Оптимизационные модели. Возможны случаи, когда, моделируя те или иные процессы, можно воздействовать на них, пытаясь добиться какой-либо цели. В этом случае в модель входит один или несколько параметров, значения которых можно варьировать.

Пример 1.2. Расширим матричную модель производства продукции, введя в рассмотрение вектор-столбец значений цены реализации единицы продукции каждого вида $C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ ... \\ c_n \end{pmatrix}$. Кроме того, в модели должны быть использованы ограничения на ресурсы, которые не бесконечны, и ограничения на переменные, которые должны быть положительными. Тогда можно поставить задачу определения такого плана выпуска продукции (вектора X), при котором значение суммарного дохода от реализации всей произведенной продукции будет наибольшим. Изменяемыми параметрами при этом будут элементы вектора X, а целевой функцией – скалярное произведение

$F = C \cdot X = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot x_i = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + ... + c_n \cdot x_n$, определяющее доход от реализации всей произведенной продукции.

Игровые модели предназначены для обоснования решений в условиях неопределенности (неполноты информации) и связанного с этим риска. Рассматриваются ситуации, в которых сталкиваются противоборствующие стороны, каждая из которых преследует свою цель. Достижение цели каждой из сторон (выигрыш) зависит от того, какие действия предпримет противник. Такие ситуации называются конфликтными. Игровые модели находят применение при обосновании управленческих решений в условиях политических, социальных, производственных, трудовых и других конфликтов.

Теория игр – это раздел математики, изучающий методы разрешения конфликтных ситуаций, характеризующихся неопределенностью возможных действий конфликтующих сторон. Под игрой понимается взаимодействие нескольких игроков, каждый из которых стремится добиться выигрыша. Стратегия – это реализуемый игроком метод выбора ходов в течение игры. Если рассматривать игру двух участников, то совокупность выигрышей можно представить в виде матрицы выигрышей. Матрица строится с позиции одного из игроков. Каждый элемент матрицы соответствует величине выигрыша этого игрока в зависимости от выбранной стратегии. Обычно строки матрицы соответствуют стратегиям первого игрока, а столбцы – стратегиям второго. Первый игрок выбирает строку, второй игрок – столбец, при этом на пересечении находится выигрыш (или проигрыш, если значение отрицательное) первого игрока. Рассмотрим построение матрицы выигрышей на простейшем примере анализа военных действий.

Описание ситуации. В город можно войти только по двум мостам. Город обороняют 3 роты, контингент нападающих – 2 роты. Считается, что город будет взят нападающими, если на каком-либо мосту они окажутся в численном превосходстве. Требуется построить матрицу выигрышей для обороняющихся, приняв значение выигрыша равным 1 (успешная оборона) или -1 (потеря города).

Стратегии обороняющихся (строки матрицы): выделить на оборону первого моста 0, 1, 2, 3 роты (соответственно, оставив защищать второй мост 3, 2, 1, 0 рот). Стратегии наступающих (столбцы): атаковать первый мост силами 0, 1, 2 рот (остальные направить на второй мост). Сформируем матрицу выигрышей (рисунок 1.7).

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\
\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}
\end{array}$$

Выделение двух рот для защиты первого моста при условии, что противник не нападает на этот мост, приводит к проигрышу (нападающие войдут в город через второй мост).

Рис. 1.7. Матрица выигрышей

Слева от матрицы указаны стратегии защитников города, над матрицей – стратегии нападающих. Получение элементов матрицы выигрышей рассмотрим на примере, соответствующем выбору защитниками третьей стратегии в случае, если нападающие выберут первую стратегию (элемент матрицы, находящийся на пересечении третьей строки и первого столбца). В этом случае первый мост будут оборонять 2 роты притом, что нападающие этот мост не атакуют. Однако на втором мосту окажется 1 рота защитников против 3 рот нападающих, которые одержат победу. Поэтому в этом случае выигрыш равен -1. Аналогично получены значения других элементов матрицы.

Анализ матрицы выигрышей показывает, что для защитников города предпочтительными являются стратегии, соответствующие защите первого моста силами 1 или 2 рот (вторая или третья строки матрицы). При выборе этих стратегий в двух случаях из трех нападающие не войдут в город.

Имитационные модели. Имитационное моделирование – это метод исследования, при котором изучаемый объект заменяется компьютерной математической моделью, с достаточной точностью описывающей реальный объект. С полученной моделью проводятся эксперименты с целью получения информации об объекте. Часто имитационные модели строятся как статистические модели на основе метода Монте-Карло.

Например, при оценке риска инвестиционных проектов используют прогнозные данные об объемах продаж, затратах, ценах и т. д. Чтобы адекватно оценить риск, необходимо иметь достаточное количество информации для формулировки правдоподобных гипотез о вероятностных распределениях ключевых параметров процесса. В этом случае отсутствующие фактические данные заменяются величинами, полученными в процессе имитационного эксперимента, т. е. сгенерированными компьютером.

1.2.3 Математическое моделирование стохастических процессов

При моделирования стохастических (случайных, вероятностных) процессов, которые зависят от некоторых случайных факторов, приходится строить модели случайных величин, а также зависимостей между ними. Случайная величина – это величина, которая в зависимости от исхода испытания принимает одно из множества возможных значений. Предсказать заранее, какое значение будет принято случайной величиной в результате опыта или наблюдения, невозможно. Примерами случайных величин являются: количество посетителей магазина в течение дня; количество оценок «отлично» на экзамене и др.

В качестве примера статистического моделирования рассмотрим построение регрессионной модели статистической зависимости одной случайной величины (Y) от другой (X). Установлено, например, что рост доходов населения ведет к увеличению потребления, рост цены на какой-либо товар – к снижению спроса на этот товар. При этом зависимость не является однозначной, т. е. одному значению независимой величины (X) может соответствовать множество значений зависимой величины (Y).

Для решения задачи построения уравнения регрессии по известным выборочным значениям наблюдаемых случайных величин X и Y используется метод наименьших квадратов. Рассмотрим применение метода наименьших квадратов для случая линейной регрессии, когда зависимость Y от X является линейной. В этом случае метод наименьших квадратов позволяет найти уравнение прямой $y = b_0 + b_1 x$, которая, в некотором смысле, «ближе» расположена к точкам, построенным по наблюдаемым парам значений случайных величин (x_i, y_i).

Критерием того, насколько близко исходные точки лежат к искомой прямой, является сумма квадратов отклонений наблюдаемых значений y_i от теоретических y_i^T, соответствующих x_i и лежащих на прямой $y = b_0 + b_1 x$, т. е. $S = \sum_{i=1}^{n} (y_i^T - y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (b_0 + b_1 x - y_i)^2 \to \min$, где n – количество пар исходных данных.

Рассматривая S как функцию двух переменных $S(b_0, b_1)$, определим такие значения b_0 и b_1, при которых функция S принимает минимальное значение. Для этого частные производные функции S по b_0 и b_1 приравняем к нулю (условие экстремума функции). Получим систему двух уравнений, линейных относительно b_0 и b_1. Решив систему, найдем формулы для вычисления b_0 и b_1 через наблюдаемые значения исследуемых случайных величин X и Y:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2} \quad b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}. \qquad (1.1)$$

Пример 1.3. Определим характер зависимости выпуска продукции (Y) от количества потребляемой электроэнергии (X). Результаты наблюдения за 12 месяцев ($n = 12$) представлены в таблице 1.1.

Отобразим результаты наблюдений из таблицы 1.1 на графике (рисунок 1.8). Предположим, что экспериментальные данные подчиняются гипотезе о линейной зависимости Y от X, т. е. примем в качестве модели зависимость $y = b_0 + b_1 x$. Выполнив расчеты с помощью (1.1), получим в результате уравнение $y = -30{,}56 + 3{,}17x$.

Таблица 1.1. – Данные наблюдений

Потребление эл. энергии x_i	50	70	100	120	150	170	180	200	220	230	240	250
Выпуск продукции y_i	120	220	260	380	420	450	580	620	640	700	750	760

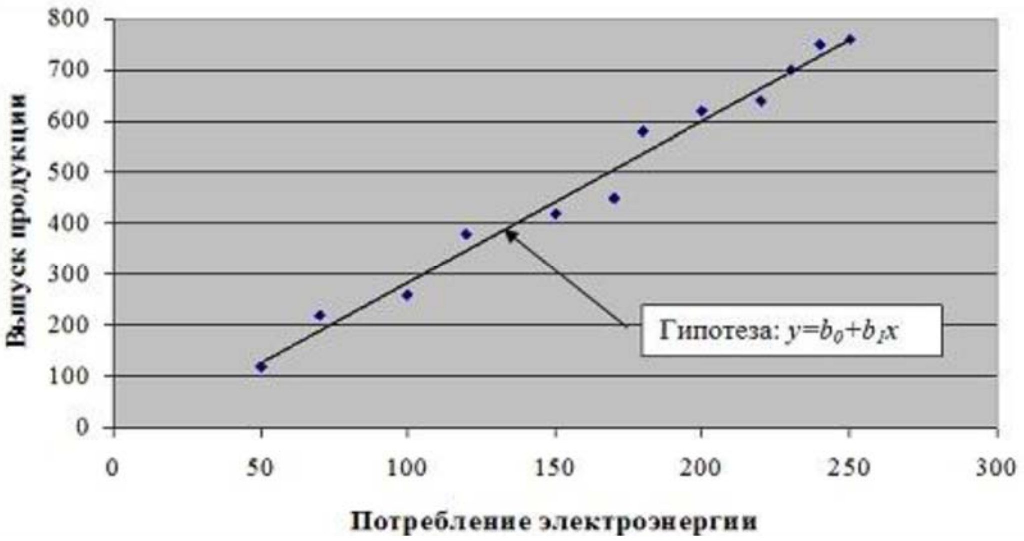

Рисунок 1.8 – Графический вид представления результатов наблюдения

Построенная регрессионная кривая может использоваться для вычисления прогнозных значений случайной величины Y. Например, можно построить прогноз относительно выпуска продукции для значения потребления электроэнергии, равного 270. Подставим в уравнение $y = -30{,}56 + 3{,}17x$ значение $x = 270$ и получим $y = 824$.

Примечание. В данном случае мы оставили без рассмотрения вопрос о правомерности гипотезы о линейной зависимости Y от X. Этот вопрос требует отдельного исследования в каждом конкретном случае с использованием методов математической статистики.

Статистические модели на основе метода Монте-Карло. Метод Монте-Карло (метод статистических испытаний) – один из методов имитационного моделирования, применяемый при решении задач, связанных с изучением случайных процессов. Смысл метода состоит в том, что исследуемый процесс моделируется путем многократных повторений его случайных реализаций. Механизм случайного выбора реализуется методом генерации случайных чисел на компьютере, для чего применяются специальные программы, которые называются генераторами случайных чисел.

Определяющим условием применения метода Монте-Карло является то, что статистические характеристики генерируемой случайной величины должны совпадать с соответствующими характеристиками исследуемой случайной величины.

Пример 1.4. Объект моделирования – очередь покупателей в магазине. Моделируемая характеристика – время ожидания покупателем своей очереди. Цель моделирования – сокращение времени пребывания покупателя в очереди до некоторого заданного значения. Моделируемые параметры: n – количество покупателей, приходящих в магазин за единицу времени, t – время обслуживания продавцом одного покупателя.

Приход покупателей и время обслуживания одного покупателя носят случайный характер. Взаимодействие этих случайных процессов создает очередь. Если генерировать с помощью компьютера все возможные значения n и t , можно искусственно воссоздать картину процесса обслуживания покупателей в магазине. Повторяя компьютерный эксперимент с разными параметрами, можно изучать получаемые статистические данные так, как если бы они были получены при наблюдении над реальным потоком покупателей.

Примечание. Важным моментом является необходимость соблюдения условия совпадения законов распределения случайной величины, генерируемой компьютером, и исследуемой случайной величины, представленной выборкой ее наблюдаемых значений.

1.3 Вопросы и упражнения для самоконтроля

1. Объясните смысл понятия модели и моделирования.

2. Каким требованиям должны удовлетворять модели?

3. На какие классы разделяются модели по области использования?

4. Опишите классификацию моделей по способу их представления.

5. Поясните термины «материальная (натурная) модель», «информационная модель». Приведите примеры моделей такого рода.

6. Объясните понятие «вербальная модель». Приведите примеры.

7. Назовите и охарактеризуйте типы табличных моделей.

8. На какие группы можно разделить динамические модели в зависимости от характера изменения модели во времени?

9. Опишите назначение структурных и функциональных моделей.

10. Каковы особенности моделей, построенных как модели «черного ящика»?

11. Опишите классификацию моделей с учетом фактора времени.

12. В чем заключается различие между детерминированными и стохастическими моделями?

13. Какие модели называются математическими моделями?

14. Перечислите и опишите этапы математического моделирования.

15. Назовите основные типы математических моделей.

16. Каково назначение оптимизационных математических моделей?

17. Каково назначение описательных моделей? Приведите примеры такого типа моделей.

18. Каково назначение игровых моделей? Назовите сферы применения моделей этого типа.

19. Объясните смысл терминов теории игр, используемых при описании игровых моделей (игра, стратегия, игрок, выигрыш).

20. По каким правилам строится матрица выигрышей?

21. Каково назначение имитационного моделирования?

22. В каких случаях идет речь о статистическом моделировании?

23. Опишите процедуру определения коэффициентов линейной регрессионной модели по методу наименьших квадратов.

24. Для построения моделей какого типа используется метод Монте-Карло?